INTRODUCCION A LA FISICA:
PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

Prof. Hugo F. Arellano

Departamento de Física
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Universidad de Chile

10 de marzo de 2003

Indice de Temas

Pre-texto

La idea

Uno de mis objetivos detrás de esta guía de trabajo es aportar con problemas de física básica que no se ven en textos tradicionales, ya sea por su enfoque o grado de desafío. Así entonces, ésta no constituye ni pretende pretendo ser 'la guía' de ejercicios del curso. Existe una gran variedad de textos y apuntes que pueden ser útiles para examinar los llamados 'problemas tipos' que he omitido a fin de no redundar innecesarioamente. Muchos de los problemas aquí expuestos han sido diseñados para el curso de Introducción a la Física de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile, campus Beauchef.

Soluciones

Los problemas los he presentaado deliberadamente sin sus soluciones. Ello a fin de provocar en el estudiante una actitud de búsqueda de formas de verificar las respuestas. Si bien ésta es una práctica dolorosa al comienzo, sus beneficios a la larga compensan con creces el dolor de cabezas inicial. Una manera de verificar una solución es constatando que ella reproduce casos particulares cuyas soluciones se conocen antemano.

Dificultades

Cuando un problema resulte difícil de abordar conviene a veces intentar una versión simplificada de éste. Ello permite identificar ideas relevantes detrás del problema original. Luego, volver a éste...; y porqué no intentar una variante más sofisticada que la original. A fin de guiar el grado de dificultad que se anticipa en cada problema, he incluido en cada uno de ellos los códigos [α] (elemental), [β] (intermedio), [γ] (exigente), o combinaciones de ellos.

Provecho

Una vez resuelto un problema puede ser útil plantearse el mismo problema pero intercambiando incógnitas por datos. Es notable cuan distintos se ven algunos problemas con ese ligero cambio. Otra buena práctica es identificar homologías entre sistemas aparentemente muy distintos. Por ejemplo: caída libre y movimiento circunferencial uniformemente acelerado; un globo aerostático en ascenso y un bloque de hierro hundiéndose en agua, ó la caída de un paracaídas; una bolita colgando de una cuerda y una bolita dentro de una olla de fondo esférico; etc.

Más provecho

Otro aspecto útil de desarrollar es la capacidad de encontrar soluciones cortas. En otras palabras, ver de que forma una solución que tomó varias líneas, o incluso páginas, en su desarrollo puede ser abreviado significativamente. Es frecuente que la primera solución de un problema incluya pasos innecesarios o vías complicadas. Desarrollar esa capacidad de simplicidad ayuda enormemente a nuestra habilidad de resolver problemas complejos.

Amistades

Si bien discutir los problemas con compañeros resulta provechoso y entretenido, no olvidar que en última instancia es uno el que se mide con los problemas. Afortunadamente tenemos estilos muy diversos de abordar los problemas: geométricamente, analíticamente, intuitivamente, etc. Hay que sacar el mayor partido a esas habilidades propias de cada uno.

'Formuleo'

Una nota de advertencia. Con frecuencia –y lamentablemente– se asocia la física con 'fórmulas'. Con esta idea en mente una estrategia para resolver problemas es ver que fórmula usar. !'Cuidado con esta práctica!. Cuando los problemas son muy similares entre sí es posible que una misma expresión baste para resolverlos. Sin embargo ésto casi no ocurre, al menos en esta guía. Por lo tanto la ejercitación debe estar orientada a desarrollar la capacidad de resolver problemas y no de ver como encajar la 'formula' que se recuerda.

Anticipación

A lo largo de este curso el estudiante se expondrá a una serie de situaciones, ideas y conceptos nuevos. Un buen desenvolvimiento en éstos requiere ideas maduras, las cuales no se adquieren de la noche a la mañana. Estudiar (ejercitar) con tiempo permite decantar conceptos, distinguir sutilezas, identificar caminos equivocados, rutas rápidas, etc. Esto sólo se logra con estudio anticipado!

El comienzo

Las primeras partes de esta guía contemplan un barniz en aritmética y geometría. Si bien es cierto ello no constituye "física" en el sentido tradicional, no olvidemos la naturaleza cuantitativa de esta disciplina. A lo largo del curso veremos la gran utilidad que presta el dominio de estas herramientas. Por lo demás, la matemática constituye nuestro lenguaje para describir sintéticamente nuestra abstracción de la naturaleza: es ella la que nos permite establecer predicciones cuantitativas medibles.

Créditos

Gran parte de los problemas en este texto son de mi propia creación. No obstante me he permitido aprovechar el ingenio y buen gusto de colegas y amigos de la Escuela de Ingeniería de la Universidad de Chile. Entre ellos señalo a Romualdo Tabensky [rtr], Nelson Zamorano [nz], Herbert Massmann [hm], Patricio Martens [pm], Lincoyán González [lg] y René Garreaud [rg]. Los problemas de mi creación los señalo con [hfa], y aquellos que caen en lo clásico y/o anónimo, cuya autoría desconozco, los señalo con [cl].

H. F. Arellano, 2003

Parte 1

Herramientas

1.1. Aritmética

1. Calcule en forma aproximada y verifique con calculadora: hfa[α]

$1/101$	$905/77$	$988/1{,}06$	$303/220$	$\sqrt{88}/0{,}015$
$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{7}$
$\sqrt{10}$	$\sqrt{22}$	$\sqrt{50}$	$\sqrt{150}$	$\sqrt{3/7}$
$\sqrt{5}/7$	$800/802$	$\sqrt{50}/703$	$\sqrt{51}/71$	$\sqrt{1,001}$
$\sqrt{0,98}$	$\sqrt{102}$	$(3/7)^{3/2}$	$\sqrt{\pi}$	π^2
$1/\pi$	$10^{1/3}$	$\sqrt{60,5}$	$2^{34}/10^3$	$2^{25}/3^{12}$
$7^{28}/\pi^6$	$7^8/\pi^8$	$3^8/3\pi^7$		

2. Un tablero de ajedrez consta de 8×8 casilleros. En el primero de ellos se pone un grano de maiz; en el segundo el doble del anterior; en el tercero el doble del anterior, y así sucesivamente. Estime el volumen de granos para toda la operación y compárelo con el de Tierra cuyo radio aproximado 6400 km. cl[β]

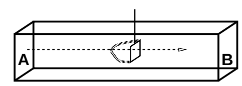
3. Una hoja de papel es cortada en dos partes iguales las cuales se adhieren formando una hoja de doble espesor pero de área igual a la mitad de la original. El procedimiento es repetido en formas sucesivas hasta que el espesor de la 'hoja' cubra la distancia tierra–luna. Calcule el área de las páginas en tal caso y el número de átomos por página. cl[1][β]

4. La densidad del aluminio (Al) es de 2.7 g/cc, lo que significa que 1 cc de Al compacto tiene una masa de 2.7 g. Además, el peso atómico del Al es 27, con lo cual un mol (6.02×10^{23} átomos) de Al tiene una masa de 27 g. Con estos datos calcule la distancia que cubre 1 cc de Al al poner los átomos en línea. Compare su resultado con la distancia media tierra-sol (1.5×10^{11} m). hfa[β]

5. **En un mol de agua (34 gramos) hay $6{,}02\times 10^{23}$ moléculas de H_2O. Si cada moléculas fuese un cubo de 1 mm^3, y un mol de éstas fuesen empacadas en un gran cubo, determine la longitud de cada arista de éste en kilometros.** hfa[α]

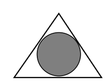
6. **La densidad del agua en estado líquido es de 1000 kg/m^3 y la del hielo 920 kg/m^3. Estime y compare porcentualmente la distancia media entre los átomos de oxígeno para el agua en cada estado.** hfa[α]

7. **Un acuario de longitud $\underline{L}$ (50 cm) y de sección transversal $\underline{S}$ (25×25 cm^2) es limpiado utilizando una red de área $\underline{a}$ (100 cm^2). El procedimiento es pasar la red longitudinalmente desde A hacia B tantas veces como sea necesario. A su paso la red captura todas las partículas no deseadas del acuario. Suponiendo que cada vez que la red es pasada los desechos se distribuyen uniformemente, calcule el número de pasadas de la red para que la cantidad de desechos disminuya a la décima parte.** hfa[$\beta\gamma$]

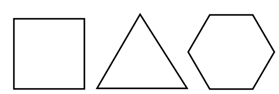


1.2. Geometría

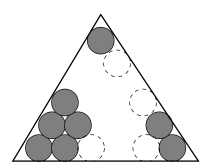
1. **Calcule la razón entre el área del círculo y del triángulo equilátero que lo contiene.** hfa[α]



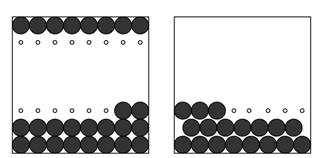
2. **Considere tres figuras equiláteras de igual perímetro: un cuadrado, un triángulo y un hexágono. Compare porcentualmente el área entre ellas tomando como referencia el área del cuadrado.** hfa[2][$\alpha\beta$]



3. **Calcule la razón entre el área abarcada por los $n(n+1)/2$ círculos de igual radio y el triángulo equilátero que los contiene en forma compacta.** hfa[β]



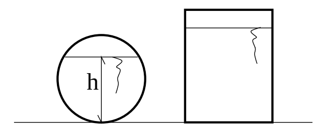
4. **Hay que decidir el tipo de empaque que se les van a dar a pelotas de tenis de radio $\underline{R}$ en una bandeja cuadrada de lados de longitud $\underline{N(2R)}$, con $N>1$. En la base inferior de cada bandeja se ubicarán N de ellas, y el resto se ubicará siguiendo los dos patrones mostrados en la figura. Decida cual de las dos configuraciones resulta más conveniente calculando la razón entre el área abarcada por las pelotas y el área disponible. Estime un resultado para el caso $N \gg 1$.** hfa[γ]



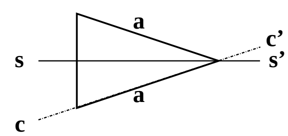
5. **La altura de la roca más alta en una isla es de 50 m. Desde la punta del mástil de un velero, cuya altura es de 10 m, un marino avista la isla. Determine la distancia máxima del velero a la isla.** cl[α]

6. **Desde el centro de un cubo emergen dos rayos a una misma cara de éste. Calcule el máximo ángulo entre ellos.** cl[α]

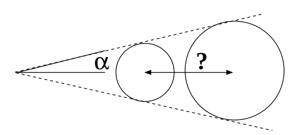
7. **Un barril cilíndrico de radio $\underline{R}$ y longitud $\underline{L}$ es llenado parcialmente con agua. Cuando éste es dispuesto horizontalmente el nivel del líquido es $\underline{h}$. Determine el nivel de agua cuando el barril es dispuesto en forma vertical.** nz[β]



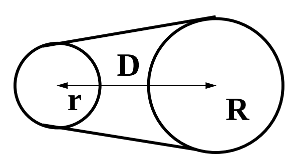
8. **Un triángulo isósceles de lados simétricos de longitud $\underline{a}$ y ángulo entre ambos $\underline{\alpha}$, posa sobre un plano. El triángulo es rotado en un ángulo $\underline{\beta}$ en torno a su eje de simetría ss'. Determine las dimensiones y área del triángulo que resulta proyectado sobre el plano y compárelas con las que se obtendrían si la rotación se efectúa en torno a uno de los lados del triángulo (eje cc').** hfa[$\beta\gamma$]



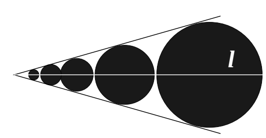
9. **Determine la distancia entre los centros de dos esferas de radios $\underline{R}$ y $\underline{r}$ respectivamente, cuando éstas se mantienen en contacto con las paredes de un cono cuyo ángulo entre su eje y una de sus directrices es α.** hfa[α]



10. **Dos discos de distinto radio ($\underline{R}$ y $\underline{r}$) se disponen para sostener una cadena de bicicletas. Las distancias entre los ejes de los discos es $\underline{D}$. Calcule la longitud de la cadena de bicicleta en función de los datos.** nz[3][β]

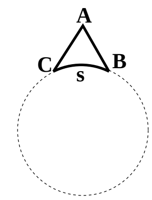


11. **En la figura se muestra una secuencia de círculos cuyos centros se ubican a lo largo de una recta ℓ. Los círculos están en contacto entre sí y tienen una tangente común cuyo ángulo con ℓ es $\underline{\alpha}$. El mayor de los círculos es de radio $\underline{R}$. Determine el area abarcada por todos los círculos.** hfa[β]

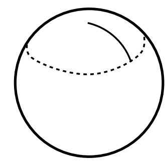


12. **Una circunferencia extendida ecuatorialmente sobre la Tierra aumenta su longitud en 1 m. Determine el incremento del radio de la circunferencia.** cl[α]

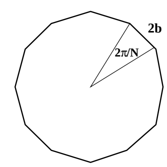
13. **El triángulo ABC de la figura consiste en dos segmentos rectos de igual tamaño y un arco de longitud $\underline{s}$ en la periferia de un círculo de radio $\underline{R}$. La altura $\underline{h}$ del triángulo está dada por la distancia del vértice A al punto medio del arco $\overline{BC}$. En ningún caso el arco es cortado por los segmentos rectos. Determine el área del triángulo.** hfa[4][β]



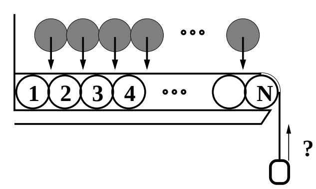
14. **Sobre una superficie esférica de radio $\underline{R}$ se traza una circunferencia utilizando una cuerda de longitud $\underline{r}$ tensa, fija a la esfera en uno de sus extremos. Determine el perímetro de la circunferencia.** hfa[$\alpha\beta$]



15. **$\underline{N}$ peques cuyos brazos extendidos tienen una longitud $\underline{b}$ juegan a la ronda. Determine el ángulo entre el brazo derecho e izquierdo de cada uno y el radio de la circunferencia que cada uno de ellos describe mientras juega. Estime el número de niños que pueden jugar a la ronda en una cancha de baloncesto.** rtr[$\alpha\beta$]



16. **$\underline{N}$ tambores cilíndricos de radio $\underline{R}$ son dispuestos en línea como se indica. Un cordel estirado se extiende sobre los tambores y una carga cuelga verticalmete desde el extremo libre del cordel. Una segunda corrida de tambores es dispuesta, aplastando el cordel como se indica. Determine el desplazamiento vertical de la carga.** hfa[$\alpha\beta$]



1.3. Vectores

1. **En el plano xy, el vector $\vec{A}$ es de magnitud 5 y forma un ángulo de $+30°$ con respecto al vector unitario $\hat{x}$. El vector $\vec{B}$ es de magnitud 5 y colineal con $-\hat{x}$. Determine los vectores $\vec{C}_\pm \equiv \vec{A} \pm \vec{B}$: magnitudes y ángulos con respecto a $\hat{x}$.** hfa[α]

2. **Considere el vector $\vec{G} = 3\hat{x} + 4\hat{y}$. Determine un vector unitario $\hat{n}$ en el plano xy perpendicular a $\vec{G}$.** hfa[6][α]

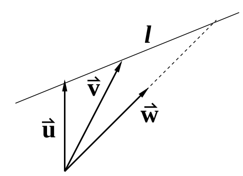
3. **Un globo se desplaza una distancia $\underline{a}$ en dirección norte ($\hat{x}$), luego una distancia $2a$ en la dirección oeste ($\hat{y}$) y luego asciende ($\hat{z}$) una distancia $3a$. Determine la magnitud del desplazamiento total y sus ángulos con respecto a las direcciones $\hat{x}$, $\hat{y}$ y $\hat{z}$.** hfa[α]

4. Un caminante realiza tres desplazamientos rectos consecutivos de magnitud $\underline{d}$. Al final de cada tramo el caminante vira hacia la izquierda un ángulo $\underline{\theta}$ con respecto a la dirección precedente. Si el primer desplazamiento es en la dirección $\hat{x}$, determine el desplazamiento total en términos de los vectores ortogonales $\hat{x}$ e $\hat{y}$. Calcule la magnitud del desplazamiento total y determine θ para el cual éste resulta nulo. hfa[α]

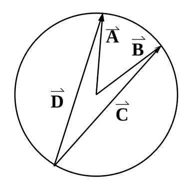
5. Considere las relaciones $\vec{r} = \vec{r}_\circ + \vec{v}_\circ t + (1/2)\vec{a}t^2$, y $\vec{v} = \vec{v}_\circ + \vec{a}t$, donde $\vec{r}_\circ$, $\vec{v}_\circ$ y $\vec{a}$ son constantes, y t un parámetro escalar. Demuestre la relación vectorial $v^2 - v_\circ^2 = 2\vec{a} \cdot \Delta\vec{r}$, donde $v^2 = \vec{v} \cdot \vec{v}$ y $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_\circ$. cl[$\beta$]

6. Dados dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ de igual magnitud, demuestre que $(\vec{A} + \vec{B}) \perp (\vec{A} - \vec{B})$. Visualice gráficamente. cl[α]

7. Considere dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ que soportan una línea recta ℓ como se indica. Un tercer vector, $\vec{w}$, se ubica en el mismo origen de $\vec{u}$ y $\vec{v}$. Determine el escalar λ que permite que $\lambda\vec{w}$ quede en la línea ℓ. hfa[7][β]

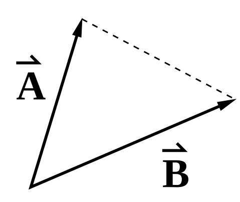


8. Considere los vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ y $\vec{D}$ que se muestran en la figura. Los dos primeros son de igual magnitud y parten del centro de la circunferencia. Demuestre que el ángulo entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$ es el doble del que hay entre $\vec{C}$ y $\vec{D}$. hfa[$\beta\gamma$]



9. Considere los tres vectores coplanares $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$. Determine los escalares a y b que permiten relacionar $\vec{C}$ con $\vec{A}$ y $\vec{B}$ mediante la combinación lineal $\vec{C} = a\vec{A} + b\vec{B}$. Los escalares a y b deben quedar expresados en términos de A, B, C, $\vec{A} \cdot \vec{B}$, $\vec{B} \cdot \vec{C}$ y $\vec{C} \cdot \vec{A}$. hfa[8][β]

10. Considere un triángulo definido por dos vectores conocidos $\vec{A}$ y $\vec{B}$. Determine, en función de A, B y $\vec{A} \cdot \vec{B}$: el perímetro del triángulo; una de las alturas del triángulo; el área del triángulo; y la longitud de la bisectriz entre los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$. hfa[9][β]

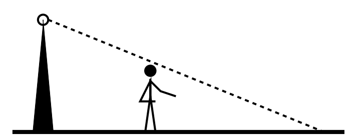


Parte 2

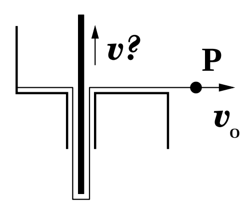
Cinemática

2.1. Movimiento

1. **Suponga un farol de altura $\underline{H}$ y un caminante de altura $\underline{h}$ $(H > h)$. Es de noche y la persona, estando inicalmente a una distancia $\underline{D}$ del farol, se aleja de éste en una distancia $\underline{\Delta x}$. Determine el desplazamiento experimentado por la sombra con respecto al piso.** cl[α]

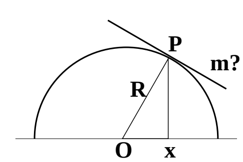


2. **En la figura se muestra un cordel con un extremo fijo. Una varilla dentro del orificio vertical es alzada mediante la acción del cordel cuando su extremo P es tirado horizontalmente con velocidad $\underline{v_o}$. Determine la velocidad con que sube la varilla.** hfa[α]



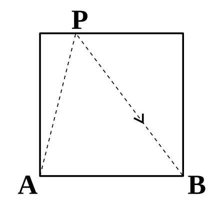
3. **Dos vehículos, A y B, darán una vuelta alrededor de la luna en sentidos opuestos. Ellos se moverán con rapideces $\underline{v_A}$ y $\underline{v_B}$ respectivamente. Si la luna tiene un radio $\underline{R}$, determine la distancia recorrida por A al momento de encontrarse con B.** hfa[α]

4. **En la figura se muestra una circunferencia de radio $\underline{R}$. Usando sólo elementos de geometría, determine la pendiente m (derivada) de la tangente a la circunferencia en P identificado por la coordenada x.** hfa[$\alpha\beta$]



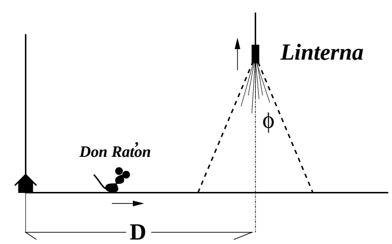
5. **Un tarro de radio $\underline{R}$ que gira en torno a su eje de simetría es impactado diametralmente por una bala de rapidez $\underline{v_\circ}$. Determine el lapso máximo por revolución del tarro que le permita sufrir sólo una perforación. Con el mismo propósito, estime las revoluciones por minuto (rpm) con que debe rotar una lata de conservas si la velocidad de la bala es de 400 m/s. pm[α]**

6. **Dentro de una pieza cuadrada de lados $\underline{a}$, una tortuga se desplaza con rapidez constante $\underline{v}$ desde la esquina A hacia la esquina B, topando siempre un punto de la muralla opuesta (P). Denomine x la distancia entre P y la esquina opuesta más cercana a A. Determine el tiempo de viaje de la tortuga y grafíquelo en función de x. Identifique la ubicación de P para el cual el tiempo de viaje resulta mínimo. hfa[β]**

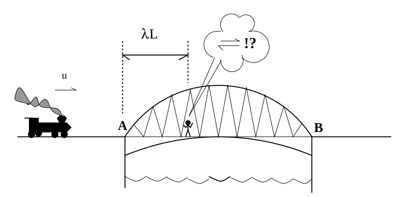


7. **Dos cilistas emprenden viaje en pistas rectilíneas que se cruzan. El ángulo entre las pistas es $\underline{\beta}$ y las rapideces de cada ciclista son $\underline{v_a}$ y $\underline{v_b}$ respectivamente. Determine la velocidad de alejamiento entre los ciclistas suponiendo que ambos parten desde el cruce. hfa[α]**

8. **Una linterna asciende verticalmente con rapidez constante $\underline{u}$ iluminando en forma cónica un área circular sobre el piso. Al mismo tiempo un ratón se aleja de su casa con rapidez constante $\underline{v_\circ}$ en trayecto recto que atraviesa diametralmente el área iluminada. Inicialmente el ratón sale de su casa y la linterna comienza a subir desde el piso, a una distancia $\underline{D}$ del ratón. El cono de iluminación está caracterizado por el ángulo directriz $\underline{\phi}$. Calcule el lapso que el ratón es iluminado por la linterna. hfa[β]**



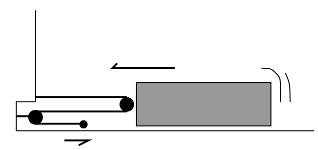
9. **Un robot sobre un puente de longitud $\underline{L}$ avista un tren acercándose con rapidez $\underline{u}$. En ese instante el robot se encuentra a una distancia $\underline{\lambda L}$ del extremo del puente, en dirección al tren. Para evitar al tren, el robot contempla ambas salidas para abandonar el puente y concluye que en cada caso es alcanzado por el tren justo al momento de salir. Determine la rapidez del robot. nz[β]**



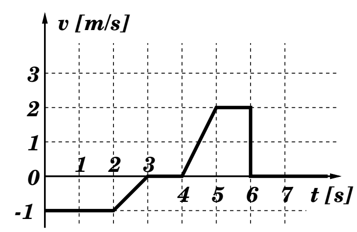
10. **Un móvil se desplaza una distancia $\underline{D}$ durante cada uno de dos lapsos consecutivos $\underline{T_1}$ y $\underline{T_2}$. Determine la aceleración del móvil. ?[β]**

11. Dos móviles, A y B, parten del reposo en movimiento rectilíneo desde el mismo lugar. En el lapso $0 < t < T$ ambos experimentan una aceleración $+a_\circ$. Desde t=T el móvil A experimenta una aceleración $-a_\circ$, durante un lapso T, en tanto que B mantiene su velocidad. Desde t=2T el móvil A no acelera. Represente gráficamente las aceleraciones (a), velocidades (v) y posición (x) de A y B en función del tiempo. Determine la distancia entre las dos partículas en el instante t=2T. hfa[α]

12. Un bloque es tirado hacia una muralla mediante una cuerda y poleas como se ilustra. La longitud de la cuerda es $\underline{2L}$ y la separación inicial entre el bloque y la muralla es L. Determine el tiempo de encuentro entre la punta de la cuerda y el bloque si el sistema parte del reposo y la cuerda es tirada horizontalmente hacia la derecha con aceleración $\underline{a_o}$. hfa[α]

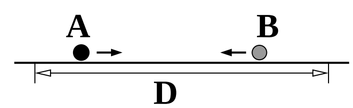


13. En el gráfico se representa la velocidad de una partícula A que se mueve a lo largo de una recta en función del tiempo t. Inicialmente la partícula se encuentra en el origen. Grafique detalladamente la posición y la aceleración de A en función del tiempo. Una partícula B, inicialmente en el origen y en reposo, se mueve al encuentro de A con aceleración constante hasta alcanzarla en el instante t=2 s. A partir de ese instante B frena uniformemente durante 3 s hasta detenerse. Grafique la velocidad de B en función del tiempo y determine la distancia entre A y B cuando B se detiene. hm[β]



14. Sobre un piso muy resbaladizo una pelota rueda con velocidad constante $\underline{v_o}$. Tan pronto la pelota pasa al lado de un cachorro éste emprende senda carrera a la siga de ésta. El cachorro parte del reposo, resbala todo el tiempo, y mantiene una aceleración constante $\underline{a}$ hasta alcanzar la pelota. En ese instante, y sin tocar la pelota, el cachorro frena con aceleración igual en magnitud a la de partida. El movimiento de la pelota nunca es alterado. Determine el instante en que el cachorro alcanza la pelota y la posición de ambos cuando el cachorro se detiene. Resuelva gráfica y analíticamente. hfa[β]

15. Dos móviles se aproximan mutuamente. El móvil A se mueve con velocidad constante $\underline{v_\circ}$ hacia la derecha en tanto que el móvil B se mueve con aceleración constante de magnitud $\underline{a_\circ}$ hacia la izquierda. La distancia inicial entre ambos móviles es $\underline{D}$, y el móvil acelerado parte del reposo. Determine la posición de encuentro entre A y B si éste ocurre cuando B alcanza $\underline{\lambda}$ veces la rapidez de A. hfa[α]

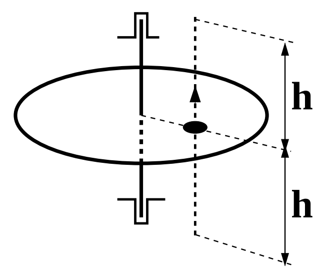


16. **Un malabarista mantiene en forma rotativa, y con una mano, tres manzanas en el aire. El malabarista lanza cada pelota cada un tercio de segundo. Determine la altura que alcanzan las manzanas.** **hfa[α]**

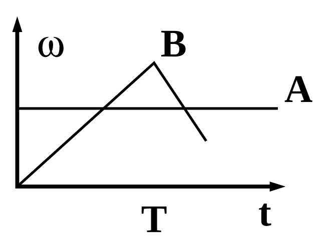
17. **Desde una altura $\underline{H}$ con respecto al primer piso comienza a caer un macetero. En ese mismo instante, y desde el primer piso, un ascensor de altura $\underline{h}$ ($h < H$) comienza a subir con aceleración constante $\underline{\alpha g}$. Determine el lapso de tránsito del macetero entre el techo y el piso del ascensor. Suponga que el macetero pasa por el lado del ascensor.** **hfa[$\alpha\beta$]**

18. **Por la ventana de un edificio se ve caer verticalmente un tubo de longitud $\underline{L}$ (8 m). El tiempo de tránsito del tubo por una marca en la ventana es $\underline{T}$ (1 s). Determine la altura con respecto a la marca desde la cual comenzó a caer el tubo.** **hfa[β]**

19. **Un disco delgado dispuesto horizontalmente gira en torno a su eje vertical con velocidad angular constante. El disco tiene una perforación a cierta distancia de su centro. Un proyectil es disparado verticalmente hacia arriba desde un punto situado a una distancia $\underline{h}$ por debajo del plano del disco y se observa que pasa limpiamente por el agujero, alcanzando una altura h por encima del disco, y volviendo a pasar limpiamente por el mismo agujero luego de una vuelta. Calcule el ángulo girado por el disco desde el disparo a la primera pasada del proyectil por la perforación.** **pm[β]**

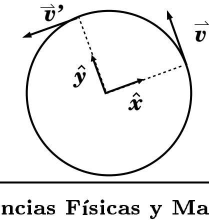


20. **En el gráfico se representa el movimiento angular de dos móviles, A y B, que inician su movimiento desde la misma posición. El móvil A mantiene una velocidad angular igual a $4\pi/T$, en tanto que B acelera uniformemente hasta alcanzar una velocidad angular de $6\pi/T$ en un lapso $\underline{T}$. Desde ese instante B frena uniformemente. Determine la separación angular entre A y B en $t = T$. Determine la máxima aceleración de frenado de B para que eśte se encuentre con A al momento de detenerse. Determine al desplazamiento angular de B desde que parte hasta que se detiene.** **hfa[$\beta\gamma$]**



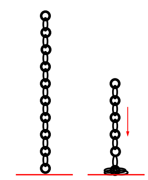
21. **Cada lapsos $\underline{\tau}$ (2,14 años) la distancia entre Tierra y Marte es mínima. Suponiendo órbitas coplanares, circunferenciales y uniformes, determine el período de órbita de Marte en el sistema solar.** **hfa[11][β]**

22. **Un móvil se mueve con rapidez constante $\underline{v_o}$ en trayectoria circunferencial de radio $\underline{R}$. Calcule el vector aceleración media entre los dos instantes representados en la figura. Represente su resultado en términos de los vectores $\hat{x}$ e $\hat{y}$ indicados.** **hfa[α]**



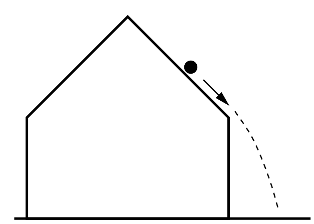
23. **Un móvil en trayectoria circunferencial de radio $\underline{R}$ parte del reposo y acelera uniformemente incrementando su rapidez angular en $\underline{\omega_o}$ en lapsos $\underline{T}$. Cuando la magnitud de la aceleración tangencial coincide con la centrípeta el móvil frena con aceleración angular de igual magnitud a la de partida, hasta detenerse. Determine el camino recorrido por el móvil. hfa[β]**

2.2. Caída por gravedad

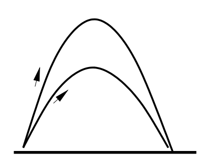


1. **Una cadena uniforme de masa $\underline{M}$ y longitud $\underline{L}$ es sostenida verticalmente desde su extremo S. Con el eslabón inferior casi en contacto con el piso la cadena es soltada, cayendo por efecto de la gravedad $\underline{g}$. Determine y grafique la masa de cadena en el piso como función del tiempo. hfa[β]**

2. **Dos proyectiles son lanzados con rapidez $\underline{v_o}$ desde un mismo punto. Uno de ellos es disparado con un ángulo de 45° con respecto a la horizontal y el otro con un ángulo de 60°. Determine cual de los proyectiles debe ser lanzado primero y con cuanto tiempo de anticipación de modo choquen en el aire. ?[α]**



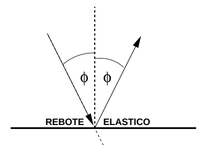
3. **En la figura se muestra una casa de altura $\underline{2H}$, anchura $2H$, y paredes rectas de altura H. Una pelota de golf se deja caer desde el punto más alto del techo. La aceleración de la pelota mientras mantiene contacto con el techo es $\underline{g\sin\theta}$, con θ el ángulo de inclinación del techo con respecto a la horizontal. Determine la distancia entre la muralla y el punto de impacto de la pelota en el suelo. hfa[β]**

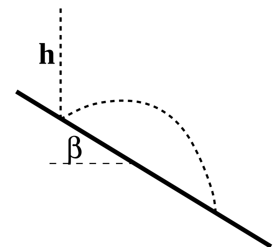


4. **Desde un mismo punto son lanzados simultáneamente dos proyectiles. Los proyectiles son lanzados con igual rapidez $\underline{v_o}$ y tienen el mismo alcance $\underline{D}$, no obstante impactan el suelo en instantes diferentes. Calcule la razón entre los tiempos de de vuelo de cada proyectil. hfa[γ]**

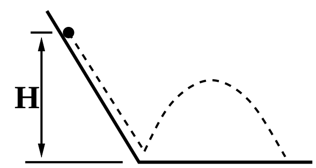
5. **Un proyectil es lanzado con rapidez $\underline{v_o}$ desde la superficie de un plano inclinado en un ángulo $\underline{\alpha}$ con la horizontal. El ángulo de eyección del proyectil con respecto al plano es β. Calcule el alcance del proyectil a lo largo del plano. cl[β[12]]**

6. **Una pelota de golf es soltada y rebota elásticamente en una superficie inclinada en un ángulo $\underline{\beta}$ con respecto a la horizontal. El tramo de caída vertical es $\underline{h}$. Determine la distancia entre los puntos del primer y segundo impacto sobre la superficie.** **hfa[γ]**

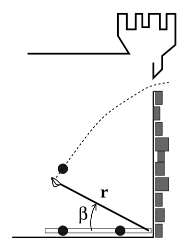
> **NOTA: En un rebote elástico las rapideces inmediatamente antes y después del choque son iguales; los ángulos de las velocidades respectivas con respecto a la perpendicular a la superficie de choque son iguales.**
>
> 
>



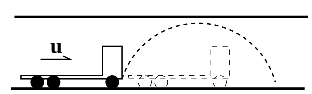
7. **Una bolita desliza sin fricción sobre un plano inclinado en un ángulo $\underline{\beta}$ con respecto a la horizontal. La bolita es soltada desde una altura $\underline{H}$ con respecto al piso y rebota elásticamente con el piso. Determine la altura máxima del rebote y el lapso desde el comienzo de la caída hasta tocar el piso por segunda vez.** **hfa[β]**



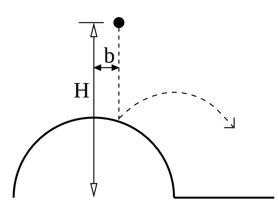
8. **Una catapulta es diseñada para lanzar proyectiles desde el interior de un castillo. El proyectil ha de pasar por una pequeña ventana ubicada a una altura $\underline{H}$ con respecto al eje de la catapulta. La catapulta eyecta los proyectiles con rapidez $\underline{u}$ luego que el brazo se ha desplazado en $\underline{\beta}$ desde la horizontal. Determine la longitud del brazo de la catapulta para que ésta funcione según el diseño.** **hfa[β]**



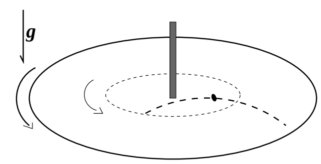
9. **Un camión transita con rapidez constante $\underline{u}$ por un túnel de altura $\underline{H}$. Desde la parte baja del parachoques sale un proyectil con rapidez suficiente como para alcanzar una altura de $2H$. Determine el ángulo máximo de lanzamiento del proyectil con respecto a la horizontal de modo que éste no tope el techo del túnel. Calcule la distancia entre el camión y el proyectil cuando éste impacta el suelo.** **hfa[β]**



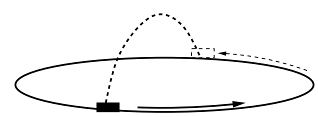
10. **Una bola de goma cae sobre una cúpula semiesférica dura de radio $\underline{R}$. La bola se suelta a una altura $\underline{H}$ desde el suelo y a una distancia $\underline{b}$ de la vertical que pasa por el centro de la cúpula. La bola choca elásticamente con la cúpula. Calcule la altura máxima con respecto al suelo alcanzada por la bola despues del rebote.** **hfa[β[13]]**



11. Un disco de radio $\underline{R}$ dispuesto horizontalmente gira con velocidad angular constante $\underline{\omega}$ en torno a un eje vertical que pasa por su centro. A una distancia $\underline{\lambda R}$ del eje una pulga brinca con una rapidez $\underline{v_\circ}$ relativa a su posición de salto y perpendicular ésta. Determine el máximo λ que garantice que la pulga no caiga buera del disco después de su salto. hfa[β]

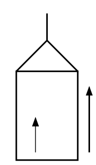


12. Un carro de bomberos circula con rapidez $\underline{u}$ en una rotonda de radio $\underline{R}$. A los bomberos se les ocurre lanzar un chorro de agua de forma tal que puedan recibirlo en el lado diametralmente opuesto de donde éste abandonó la manguera. Determine la rapidez con que debe salir el chorro de la manguera y la orientación de ésta con respecto a la dirección del carro y la vertical. rtr[γ[14]]

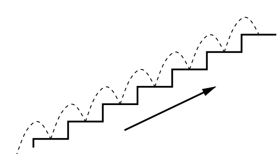


2.3. Movimiento Relativo

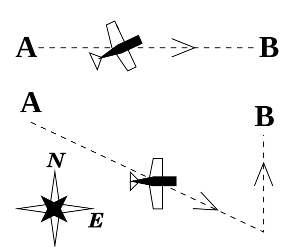
1. Mientras un ascensor sube con rapidez constante $\underline{V}$ un sapo salta verticalmente con rapidez $\underline{u}$ relativa al piso del ascensor. A partir de una descripción del movimiento con respecto al piso, determine el tiempo que dura el sapo en el aire. i hfa[15][α]



2. Una escalera mecánica sube a razón de 1 peldaño cada 2 segundos. Desde el extremo inferior de la escalera (origen) una pulga salta 8 peldaños escalera arriba en 20 s e inmediatamente los baja en igual tiempo. Calcule la distancia (en peldaños) de la pulga al origen cuando ésta ha subido los 8 peldaños y luego que los ha bajado. Si la escalera tiene 200 peldaños, determine el número de veces que la pulga puede subir y bajar en la forma descrita. hfa[α]

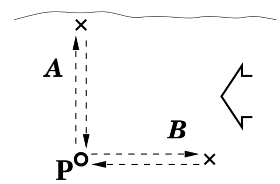


3. Un avión debe viajar una distancia $\underline{D}$ en dirección oeste–este para lo cual navegará con su velocidad crucero $\underline{u}$. Durante el viaje hay viento con rapidez constante $\underline{v}$ desde el norte. El piloto contempla dos rutas para llegar a su destino. La primera es orientar la nariz del avión en forma tal que el trayecto resulte un tramo recto entre los puntos de partida y llegada. La segunda consiste en orientar la nariz hacia el este hasta llegar al meridiano destino y luego continuar el resto del viaje contra el viento. Calcule la duración del viaje en cada caso y determine el más breve. hfa[γ]

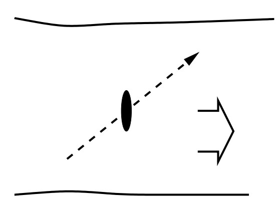


4. **Un avión vuela de sur a norte un trayecto de 1000 km de longitud. En ausencia de vientos el avión tarda 4 h en recorrer el trayecto. En el momento del viaje hay vientos de 30 km/h hacia el sur-oeste. Determine el mínimo retraso del avión en el viaje.** hfa[β]

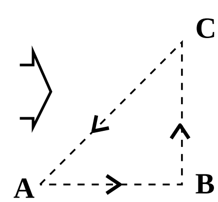
5. **Dos nadadores de igual marca nadan 100 metros en 1 minuto. Desde una boya al centro de un río de 200 m de ancho ambos nadan con igual entusiasmo en trayectos rectos perpendiculares entre si. Uno de ellos parte contra la corriente hasta alejarse 100 m de la boya y retorna inmediatamente. El otro nada hacia una orilla y vuelve. La llegada a la boya de ambos ocurre con 30 s de diferencia. Determine la velocidad de la corriente del río.** hfa[β]



6. **Un vapor se desplazarse con rapidez constante $\underline{u}$ con respecto a las aguas de un canal de ancho $\underline{D}$ cuya corriente es uniforme y de rapidez $\underline{V}$. El vapor cruza el canal con su proa apuntando hacia la otra ribera. Una vez en el otro lado éste retorna siguiendo el mismro trayecto que de ida. Compare porcentualmente los tiempos de ida y de vuelta del vapor.** hfa[β]



7. **Una paloma viaja en la ruta triangular ABCA, con los tramos AB y BC de longitud $\underline{D}$ y perpendiculares entre sí. Mientras sopla viento en la dirección A→B con rapidez $\underline{v}$ relativa al suelo, la paloma vuela con rapidez $\underline{\lambda v}$ relativa al aire. Determine la duración del viaje y compárela con la que resulta suguiendo la ruta ACBA.** hfa[$\beta\gamma$]

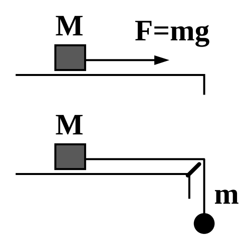


Parte 3

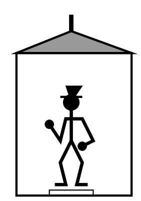
Dinámica de pocos cuerpos

3.1. Fuerzas y movimiento

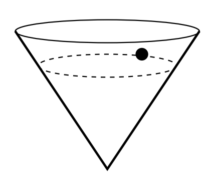
1. **Dos bloques idénticos de masa $\underline{M}$ posan sobre una superficie horizontal pulida. Uno de ellos es tirado horizontalmente aplicando una fuerza de magnitud $\underline{mg}$ en tanto que el otro es tirado horizontalmente mediante una cuerda desde cuyo extremo libre cuelga una carga de masa $\underline{m}$. Determine y compare las aceleraciones de cada bloque.** ?[α]



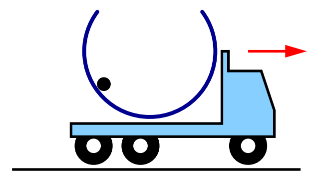
2. **Un pasajero posa sobre una balanza dentro de un ascensor. El pasajero observa que la balanza registra una carga igual a un 70 % de su peso. Si el ascensor es de masa $\underline{M}$ y el pasajero de masa $\underline{m}$, calcule la tensión del cable que tira el ascensor y compárela con la que se produciría si el ascensor acelera en la misma razón pero en sentido opuesto.** hfa[α]



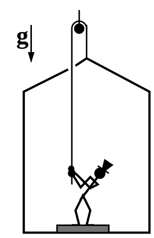
3. **Un plato cónico cuyo ángulo directriz es $\underline{\alpha}$ se dispone con su eje orientado verticalmente en presencia de la gravedad terrestre $\underline{g}$. Una piedrecilla de masa $\underline{m}$ resbala sin roce manteniendo una trayectoria circunferencial. Calcule el radio de la órbita si la rapidez de la piedrecilla es $\underline{v_\circ}$.** hfa[α]



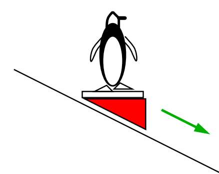
4. **Un camión lleva una marmita de fondo esférico de radio R. En el interior de la olla posa una bola de billar la cual puede deslizar sin fricción sobre la superficie del fondo. El camión mantiene una aceleración a_o en un tramo recto horizontal y la bola se mantiene en un mismo punto con respecto a la olla. Calcule la altura con respecto al fondo de la marmita donde se mantiene la bola de billar.** hfa[$\alpha\beta$]



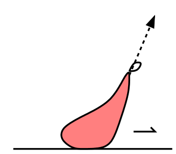
5. **En la figura se muestra una persona de masa m posando sobre un andamio colgante de masa M. La persona tira de una cuerda que sostiene exteriormente al andamio mediante una polea sin roce fija al techo. La balanza sobre la cual posa la persona registra una carga igual a la cuarta parte de su peso. Calcule la tensión de la cuerda y la aceleración del andamio.** hfa[β]



6. **Calcule la carga registrada por una balanza sobre la cual posa Mr. Pingüi de masa m. La balanza se ha adosado horizontalmente sobre una cuña triangular que desliza sin roce sobre el plano inclinado en un ángulo θ con respecto a la horizontal.** ?[β]

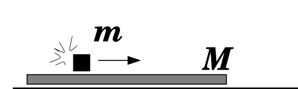


7. **Un saco de masa m es tirado sobre una superficie horizontal rugosa. El coeficiente de roce entre el saco y el suelo es μ. El saco es tirado con una fuerza de magnitud constante $F_\circ$. Determine la aceleración del saco cuando el ángulo de tiro con respecto a la vertical es θ. Grafique la aceleración en función de θ e identifique el ángulo que permite una aceleración óptima.** ow[$\alpha\beta$]

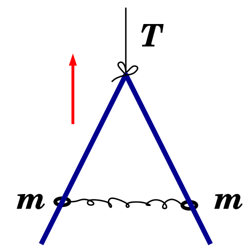


8. **Ponga una moneda sobre una hoja de papel y tírela abruptamente. La moneda pareciera haber quedado en el mismo lugar. Sin embargo, si observa cuidadosamente, ella habrá experimentado un leve y medible desplazamiento. A partir de éste, y una estimación indirecta del coeficiente de roce entre la moneda y el papel, estime la velocidad con que es tirada la hoja.** hfa[α]

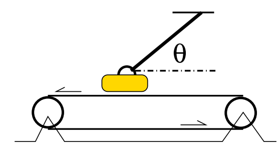
9. **Sobre un tablón de masa M en reposo posa un bloque de masa m. El coeficiente de roce cinético entre el bloque y el tablón es μ. Súbitamente se hace resbalar el bloque sobre el tablón mediante un golpe seco el cual le imprime una rapidez inicial $v_\circ$. Por efecto de la gravedad terrestre g y la fricción mutua, el bloque arrastra al tablón en tanto que el tablón frena al bloque. Determine el lapso y la distancia que resbala el bloque sobre el tablón.** lgh[β]



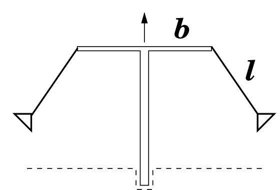
10. En la figura se muestra una 'V' invertida de masa $\underline{M}$, simétrica y pulida, en la cual se pasan dos anillos de masa $\underline{m}$ unidos por un resorte de constante elástica $\underline{k}$ y longitud natural $\underline{L}$. El sistema es remolcado en el espacio mediante una cuerda (no hay gravedad) cuya tensión $\underline{T}$ se mantiene constante. El ángulo entre las barras de la 'V' es $\underline{2\beta}$ y los anillos mantienen una separación constante durante el remolque. Determine la separación entre los anillos. hfa[α]



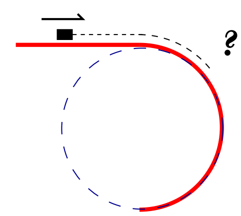
11. Calcule la fuerza de contacto (normal + fricción) de la correa transportadora sobre la maleta cuando ésta ha quedado enganchada al techo mediante una cuerda que forma un ángulo θ con la horizontal. La tensión de la cuerda es $\underline{\alpha(mg)}$ con $\underline{m}$ la masa de la maleta. Determine el coeficiente de roce. hfa[α]



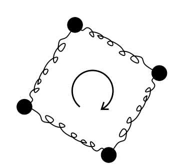
12. El sistema de 'sillas voladora' de la figura consiste en brazos horizontales de longitud $\underline{b}$ desde cuyos extremos cuelgan las sillas mediante cuerdas de longitud $\underline{\ell}$. Cuando ellas rotan se observa que el ángulo de las cuerdas con la vertical es $\underline{\theta}$. Determine el incremento porcentual de la tensión de la cuerda con respecto al caso en que el sistema no rota. hfa[17][β]



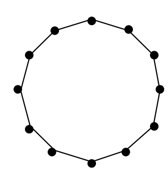
13. Una caja pequeña posa sin resbalar sobre el pasamanos de un pasillo transportador mecánico. El coeficiente de roce estático pasamanos-caja es $\underline{\mu}$ y la velocidad del pasillo es $\underline{V_o}$. El extremo superior del pasamanos termina en forma semicircular de radio $\underline{R}$. Al llegar la caja al tramo semicircular ella cae. Determine el punto de desprendimiento de la caja en los casos de caída por resbalamiento (pasillo lento), y por eyección (pasillo rápido). hfa[β]



14. Cuatro partículas idénticas de masa $\underline{m}$ se unen mediante resortes idénticos de masa nula, constante elástica $\underline{k}$ y longitud natural $\underline{L}$. El sistema toma la forma cuadrada de la figura mientras rota en torno a su centro con velocidad angular $\underline{\omega}$. Calcule la elongación experimentada por los resortes. hfa[β]

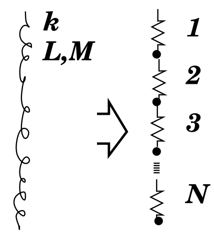


15. Ene (N) peques juegan a la ronda tomados de la mano y corriendo con rapidez $\underline{v_\circ}$. La masa de cada niño es $\underline{m}$ y la longitud de sus brazos es $\underline{b}$. Determine la fuerza con que se deben sostener los niños a fin de mantener la ronda. rtr[β]

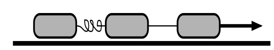


16. Una cuerda de masa $\underline{M}$ en forma circunferencial de radio $\underline{R}$ rota con velocidad angular $\underline{\omega}$. Determine la tensión de la cuerda. rtr[β]

17. Una manera de representar un resorte 'real' de masa uniforme M, longitud natural L y constante elástica k consiste en N) resortes ideales idénticos unidos en línea, y que en la juntura entre ellos se adhieren partículas de igual masa. Determine la masa, longitud y constante elástica de cada elemento para que halla equivalencia mecánica entre los dos sistemas. Determine el incremento de la longitud del resorte 'real' descrito cuando éste cuelga verticalmente desde uno de sus extremos en presencia de la gravedad terrestre g. hfa[β]

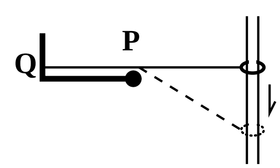


18. Tres bloques de igual masa m posan sobre un plano horizontal. El coeficiente de roce entre cada bloque y el piso es μ. Los dos primeros bloques se unen mediante una cuerda ideal mientras que los dos últimos se unen mediante un resorte de constante elástica k. Una fuerza horizontal aplicada al primer bloque hace que los tres bloques se muevan manteniendo la elongación del resorte constante e igual a Δ. Determine la magnitud de la fuerza aplicada. hfa[$\alpha\beta$]

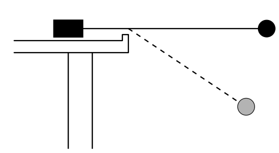


3.2. Energía

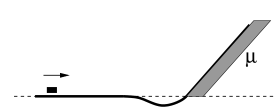
1. Uno de los extremos de un resorte ideal liso se fija a la pared en Q y el otro se ata a una argolla de masa m pasada por un riel vertical sin roce. La argolla es soltada desde un punto a nivel con Q, quedando el resorte recto –en contacto con el soporte P sin roce– y sin experimentar elongación. La distancia entre P y el riel es D. Determine la constante elástica del resorte si su fuerza máxima sobre Q es $T_\circ$. hfa[$\beta\gamma$]



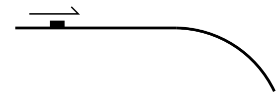
2. Un bloque de masa M que posa sobre la cubierta horizontal de una mesa se une a una bolita de masa m mediante una cuerda ideal. La bolita es soltada desde una distancia L fuera de la mesa, con la cuerda extendida horizontalmente. El coeficiente de roce estático bloque–cubierta es μ, y no hay roce entre la cuerda y el canto de la mesa. Calcule el ángulo de caída de la bolita sin que el bloque resbale. nz[β]



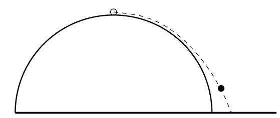
3. Una moneda que desliza sobre un tramo horizontal pulido con rapidez V se encarama sobre un tramo recto rugoso hasta detenerse y vuelve al tramo pulido con una rapidez λV. Si el ángulo que forma el plano inclinado con la horizontal es θ, calcule el coeficiente de roce cinético entre el plano inclinado y la moneda. hfa[α]



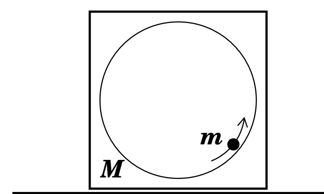
4. Una moneda desliza sobre un tramo horizontal pulido que termina en forma cilíndrica convexa de radio 1 m. La moneda pierde contacto con la superficie cilíndrica luego de deslizar 40 cm sobre ella. Determine la rapidez de la moneda en el tramo horizontal. hfa[α]



5. Desde la parte más alta de una cúspide semiesférica de radio R comienza a resbalar sin fricción un cuerpo pequeño. El cuerpo pierde contacto con la cúpula y cae por efecto de la gravedad terrestre g hasta golpear el piso horizontal. Determine la distancia al centro de la semiesfera donde se produce el golpe. cl[$\alpha\beta$]

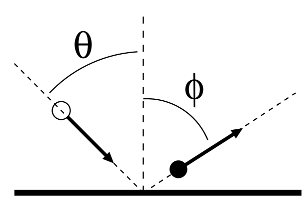


6. Dentro de un cubo de masa M hay un orificio esférico de radio R donde gira, sin ayuda externa, una bolita de masa m. El movimiento de ésta es circunferencial de radio R cuyo plano se orienta en forma verdical. Suponiendo que el roce entre el cubo y el piso es lo suficientemente grande como para que el cubo nunca resbale, determine la energía mecánica m'axima y mínima que garanticen que el cubo nunca se despegue del piso. Convéngase energía potencial gravitacional nula el punto más bajo del trayecto de la bolita. lg[β]



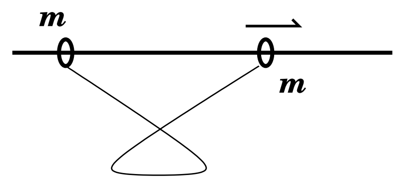
3.3. Colisiones

1. En la figura se muestran las direcciones incidente y de rebote de un cuerpo de masa m que choca contra una pared sin roce. El cuerpo incide con rapidez v_o y con dirección formando un ángulo θ con la normal a la pared. El cuerpo emerge con rapidez λv_o. Determine el ángulo ϕ con que emerge el cuerpo y el impulso que la pared imprime al cuerpo. hfa[α]

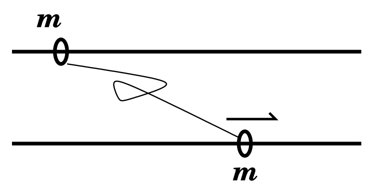


2. Una bala de masa 5 gramos pasa por un saco de virutas de 1 kg de masa. El saco cuelga de un cordel de 2 m de longitud. A consecuencia del impacto, el saco entra en movimiento y se detiene cuando el cordel forma un ángulo de 12° con la vertical. Calcule el cambio de rapidez de la bala debido a la colisión. cl[α]

3. **Dos argollas de igual masa $\underline{m}$ unidas mediante una cuerda ideal de longitud $\underline{L}$ están restringidas a moverse a lo largo de un riel horizontal pulido. Estando inicialmente juntas y en reposo a una de ellas se le imprime una rapidez $\underline{v_o}$ mediante un golpe. Desde ese momento tanto los tirones mediante la cuerda como los choques frontales entre las argollas son elásticos. Determine y grafique la posición en función del tiempo para cada masa.** hfa[β]

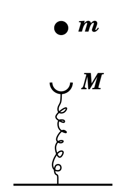


4. **Cada una de las dos argollas del problema anterior es dispuesta en rieles distintos y paralelos. La separación entre los rieles es $\underline{D}$ ($D < L$). Calcule la velocidad de cada masa después del primer tirón experimentado por la cuerda. Describa el movimiento e identifique la velocidad y trayectoria del centro de masas del sistema. Calcule el impulso del riel sobre cada masa en cada tirón.** hfa[$\beta\gamma$]

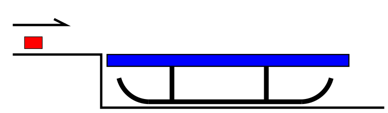


5. **Una pequeña bolsa de masa $\underline{M}$ cuelga en reposo mediante un cordel de longitud $\underline{L}$ y masa nula. La bolsa es perforada horizontalmente mediante una bala de masa $\underline{m}$ que incide con rapidez $\underline{v_o}$. La bala emergente arrastra consigo una cantidad $\underline{\Delta m}$ de masa proveniente de la bolsa. El movimiento adquirido por la bolsa hace que el cordel forme un ángulo máximo $\underline{\beta}$ con la vertical. Calcule la rapidez de la bala al emerger de la bolsa y la variación de energía del sistema (bala+bolsa) a consecuencia de la perforación de la bolsa.** hfa[$\alpha\beta$]

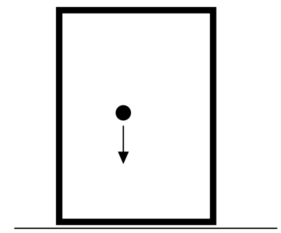
6. **Un cuerpo de masa $\underline{m}$ es soltado desde una altura $\underline{d}$ con respecto a un plato de masa $\underline{M}$ adherido firmemente a un resorte vertical de constante elástica k. Los cuerpos quedan pegados luego del impacto. Calcule la compresión máxima del resorte despues del choque y determine la fuerza máxima que ejerce el piso sobre el resorte.** cl[α]



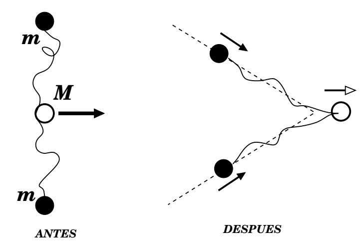
7. **Un barra de masa $\underline{m}$ se desliza horizontalmente con rapidez $\underline{v_o}$ sobre una superficie resbalosa la cual empalma con la superficie rugosa de un trineo de masa $\underline{M}$. No hay roce entre el trineo y la superficie horizontal sobre la cual posa. La barra entra al trineo y luego de un lapso se detiene sobre éste. Calcule la velocidad final del par (barra+trineo) y el trabajo realizado for el roce entre el trineo y el jabón. Si el jabón se desplaza una distancia $\underline{D}$ sobre el trineo y el roce es uniforme, calcule el coeficiente de roce barra/trineo.** cl[19][β]



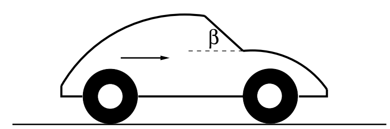
8. **En presencia de la gravedad terrestre $\underline{g}$ una partícula de masa $\underline{m}$ rebota vertical y elásticamente dentro de una caja fija de altura $\underline{h}$. La energía mecánica $\underline{E}$ del sistema es lo suficientemente grande como para golpear la cara superior de la caja. Determine la fuerza media sobre la cara superior e inferior de la caja.** **hfa[β]**



9. **Dos bolitas de igual masa $\underline{m}$ se adhieren a los extremos de una cuerda ideal de longitud $\underline{L}$. Una tercera bolita de masa $\underline{M}$ se anuda al centro del cordel. Inicialmente las dos bolitas iguales yacen en reposo sobre una superficie horizontal pulida, a una distancia mutua $\underline{b}$ ($b < L$), mientras que la bolita del medio es lanzada con rapidez $\underline{u}$ en dirección perpendicular al trazo que une a las otras dos, desde el punto medio. El tirón experimentado por la cuerda no disipa energía. Determine el lapso entre el primer tirón de la cuerda y el instante en que las dos bolitas chocan por primera vez. Determine el tirón (impulso) de la cuerda.** **hfa[20][β]**



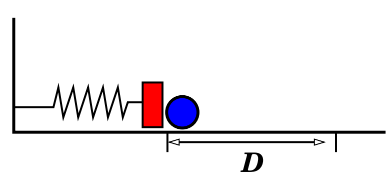
10. **Un vehículo cuyo parabrisas plano tiene un área $\underline{A}$ y ángulo de inclinación $\underline{\beta}$ con la horizontal se desplaza con rapidez constante $\underline{v_\circ}$. Si no hay viento, determine la carga adicional sobre el piso y la fuerza de roce neta sobre los neumáticos sólo por concepto del impacto del aire sobre el parabrisas. Estime numéricamente para un auto doméstico en carretera.** **hfa[β]**



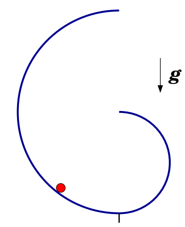
3.4. Oscilaciones

1. **Un reloj de los abuelos basado en un péndulo de longitud de 1 m se retrasa 1 minuto por día. Determine la corrección a la longitud del péndulo para que el reloj esté a la hora.** **hfa[β]**

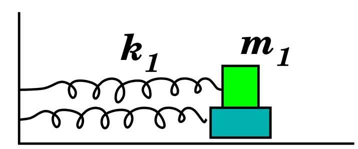
2. **Un resorte de constante elástica $\underline{k}$ fijo en uno de sus extremos se une en su otro extremo un bloque de masa $\underline{m}$. El resorte esta dispuesto horizontalmente sobre una superficie pulida. Con una bolita de masa m el resorte es comprimido una distancia $\underline{D}$ y luego es soltado eyectando la bolita. Determine el tiempo durante el cual la bolita se mantiene en contacto con bloque. Calcule la distancia entre los dos cuerpos en el instante en que el resorte se comprime completamente por segunda vez.** **hfa[β]**



3. El "quasi-espiral" de la figura consiste en dos alambres (semicircunferencias coplanares) empalmados en el punto más bajo. Los radios de cada uno son R y $2R$ respectivamente. El espiral se dispone como se muestra en la figura, en presencia de la gravedad terrestre. Si al fondo del espiral se coloca un pequeño anillo y se desprecia el roce en su contacto con el espiral, calcule el período de las oscilaciones en el límite de pequeñas amplitudes. hfa[β]

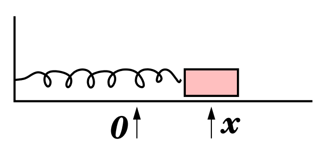


4. Los dos bloques de la figura se conectan a la pared por medio de resortes como se muestra. Las masas de cada bloque son m_1 y m_2 respectivamente y las constantes elásticas son k_1 y k_2. Entre los dos bloques existe roce (μ) pero no así entre el suelo y el bloque inferior. Los resortes se encuentran en su configuración natural cuando los bloques están inmóbiles. Determine la amplitud máxima permitida para que los dos bloques no resbalen entre sí. Determine la energía del sistema en tal caso y la velocidad máxima que adquiere el par en tal situación. hfa[21][β]



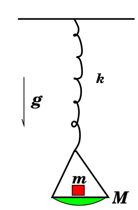
5. Considere la siguiente solución para la posición de una partícula en un oscilador armónico: $x(t) = A\cos(\omega t - \phi_\circ)$. Sean $x_\circ$ la posición inicial y $v_\circ$ la velocidad en el mismo instante. Demuestre que las constantes A y $\phi_\circ$ quedan determinadas por:

$$\tan(\phi_\circ) = \frac{v_\circ}{\omega x_\circ}, \quad x_\circ^2 + \left(\frac{v_\circ}{\omega}\right)^2 = A^2$$

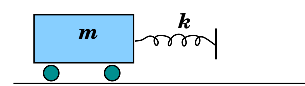


• Resuelva para el caso en que el móvil del oscilador parte del reposo a una distancia $x_\circ$ del origen.
• Resuelva para los casos en que el móvil del oscilador parte del origen con rapidez $v_\circ$ hacia la izquierda y hacia la derecha. hfa[β]

6. Sobre un plato de masa $\underline{M}$ posa un cubo de masa $\underline{m}$. El plato cuelga de un resorte de constante k y longitud natural $\underline{L}$ (dato no necesario) y se deja oscilar. Determine la amplitud máxima de las oscilaciones del conjunto de modo que el cubo nunca pierda contacto con el plato. hfa[β]

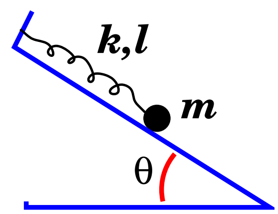


7. En la figura se muestra un carro de masa $\underline{m}$ que se mueve sin fricción sobre una superficie horizontal pulida con rapidez $\underline{v}$ hacia la derecha. El carro lleva en su parte delantera un parachoques formado por un resorte de constante elástica $\underline{k}$ con el cual choca contra la pared. El contacto entre la pared y el carro queda regido por el comportamiento del resorte. Determine y grafique –en función del tiempo y desde el momento en que comienza el contacto parachoques/muralla– la fuerza normal que ejerce la muralla sobre el resorte. Identifique el valor máximo de esta fuerza y la duración del contacto. hfa[22][β]

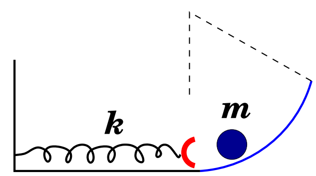


8. Considere la ecuación del movimiento de un sistema: $\ddot{x} + \omega^2 x + b = 0$, con ω y b constantes conocidas. Demuestre que existe la sustitución $x(t) = z(t) + c$ para la cual $\ddot{z} + \omega^2 z = 0$. Determine (e interprete) la constante c. hfa[β]

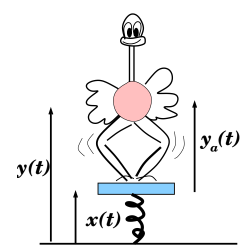
9. El sistema de la figura consiste en un oscilador inclinado formado por un resorte de longitud natural $\underline{\ell_\circ}$ y constante elástica $\underline{k}$, con una carga de masa $\underline{m}$ en un extremo. El ángulo que forma el plano con respecto a la horizontal es $\underline{\theta}$. Determine la ecuación del movimiento del sistema, posición de equilibrio de la carga y frecuencia de oscilación del sistema. hfa[β]



10. En la figura se muestra una bolita de masa $\underline{m}$ constreñida a moverse entre un resorte de constante elástica $\underline{k}$ y una cuesta semicircunferencial de radio $\underline{R}$. El extremo libre del resorte relajado se ubica en O. Determine el período de las oscilaciones de la bolita y el nivel máximo a subir por ésta en la cuesta de modo que su movimiento sea armónico en ese tramo. hfa[β]



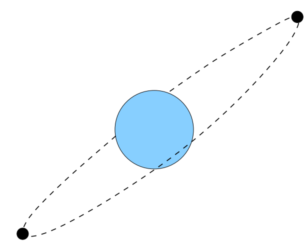
11. Un avestruz de masa $\underline{m}$ posa sobre una plataforma de masa $\underline{M}$ sostenida por un resorte vertical de constante elástica $\underline{k}$ y longitud natural $\underline{L}$. El avestruz flecta armónicamente sus piernas de modo que la altura de su cuerpo a la plataforma está dada por $y_a = h_\circ + D\cos(\Omega t)$. Denomine x la posición de la plataforma con respecto al suelo e y la del avestruz. Valiendose de las leyes de Newton, determine la ecuación del movimiento para el avestruz. Determine la amplitud de las oscilaciones en el régimen estacionario (mucho después del comienzo). hfa[β]



3.5. Gravitación

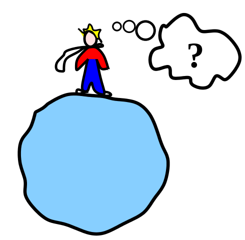
1. **Considando que el período aproximado de rotación de la luna alrededor de Tierra es de 28 días y que el campo visual de la luna llena es de media grado, determine el tamaño de la luna y estime la aceleración de gravedad en su superficie.** **hfa[α]**

2. **Compare porcentualmente los radios de órbita de un sistema monolunar con otro bilunar. El sistema monolunar consiste en un planeta de masa $\underline{M}$ en torno al cual orbita circunferencialmente un satélite de masa $\underline{m}$. El sistema bilunar consiste en el mismo planeta en torno al cual orbitan, en una órbita circunferencial común, dos satélites naturales de masa $\underline{m}$ cada una. Las lunas se ubican diametralmente opuesta una de la otra y rotan con igual período al del sistema monolunar. La interacción gravitacional entre las dos lunas no es despreciable.** **hfa[α]**

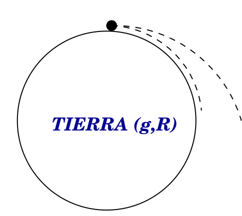


3. **Suponga que se ha perforado de polo a polo un orificio a través de la tierra. Un cuerpo es soltado desde una de las bocas del orificio. Calcule el tiempo que tardaría el cuerpo en volver a su punto de partida por efecto de la gravedad terrestre.** **cl[β]**

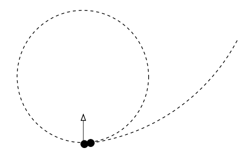
4. ***El Principito* logra saltar una altura máxima $\underline{h}$ (0.5 m) en la superficie terrestre. Si este personaje posa sobre el planeta Ψ (psi) de densidad igual a la de Tierra, determine el radio máximo de este planeta de modo que El Principito logre escapar de Ψ con un brinco . Suponga que Ψ es esférico y mucho mas masivo que El Principito. El radio R_T de Tierra es 6400 km.** **rtr[23][β]**



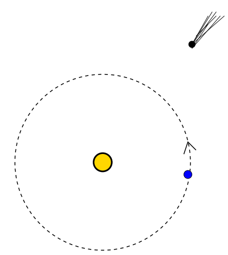
5. **Un proyectil es lanzado tangencialmente sobre la superficie terrestre. La rapidez del lanzamiento es $\underline{\alpha v_c}$, con v_c la rapidez necesaria para mantener una órbita circunferencial razante con la tierra (de radio $\underline{R}$ y gravedad superficial $\underline{g}$). Determine el rango de α a fin de que el proyectil se mantenga en órbita alrededor de la tierra. Determine en tal caso la distancia radial del perigeo, del apogeo, y la excentricidad de la órbita.** **hfa[β]**



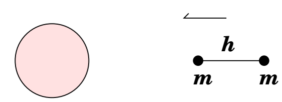
6. Un satélite de masa m mantiene una órbita circunferencial alrededor de Tierra (masa M) con rapidez $v_\circ$. En cierto instante ha de eyectarse hacia adelante parte del satélite con el propósito de que el resto caiga radialmente hacia Tierra. La eyección debe ser la mas leve posible pero que garantice que la porción lanzada hacia adelante abandone el campo gravitacional terrestre. Determine la fracción λ de masa del satélite a eyectar y la energía de la eyección. hfa[α]



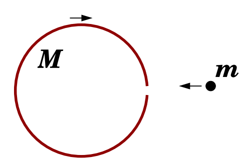
7. Un cometa que caía radialmente hacia el Sol se estrella contra Venus de masa m cuya trayectoria era circunferencial de radio $R_\circ$. Observaciones astronómicas indican que la masa del cometa es αm y su energía mecánica es nula. A consecuencia del choque entre el cometa y Venus se forma un nuevo planeta que llamaremos *Fennus*. Despreciando la interacción gravitacional cometa/Venus y suponiendo que no hay pérdida de masa en la colisión, demuestre que la órbita de Fennus es elíptica y determine su radio medio. Determine si los años de los habitantes de Venus se han acortado ó alargado a causa del choque con el cometa. hfa[γ]



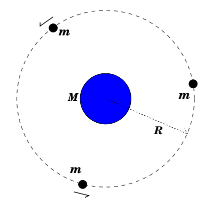
8. Dos partículas de igual masa se unen mediante una cuerda ideal de longitud h. El par es atraido gravitacionalmente por un asteroide de masa muy grande M. La distancia entre el asteroide y la partícula más cercana es R, con $h << R$. Despreciando la fuerza de atracción entre las dos partículas, calcule la tensión de la cuerda si ellas caen al asteroide con la cuerda estirada y en línea con éste. hfa[24][β]



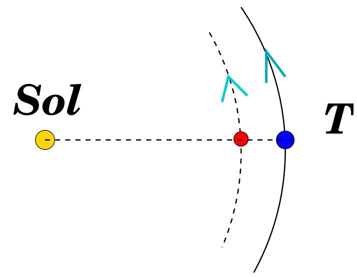
9. En ausencia de fuerzas externas interactúan gravitacionalmente una partícula de masa m y un cascarón esférico de radio R e igual masa. El cascarón tiene un orificio lo suficientemente pequeño como para que su campo gravitacional no se altere con respecto al caso en que no hay orificios. Inicialmente la distancia entre la partícula y el centro del cascarón es D, con ambos cuerpos en reposo. Si el orificio se alínea con la recta que une el centro del cascarón y la partícula, calcule el tiempo transcurrido entre el instante en que la partícula entra por el orificio y cuando ésta golpea por primera vez el cascarón. hfa[25][β]



10. **Tres satélites idénticos de masa $\underline{m}$ experimentan órbitas circunferenciales de igual radio ($\underline{R}$) cuando se ordenan una configuración triangular equilátera. Al centro de las órbitas se ubica un planeta de masa $\underline{M}$. Sin despreciar la interacción gravitacional entre los satélites, determine la rapidez con que éstos orbitan.** **rg[β]**



11. **En nuestro sistema solar una manzana orbita alrededor del Sol y nunca la podemos ver debido a que permanece invariablemente entre el Sol y la Tierra (punto de Lagrange). La manzana interactúa gravitacionalmente con el Sol y la Tierra. Sean $\underline{M_S}$ y $\underline{M_T}$ las masas del Sol y la Tierra respectivamente, y $\underline{R}$ la distancia entre ambos. Determine una ecuación para la distancia entre la manzana y Tierra.** **hfa[β]**



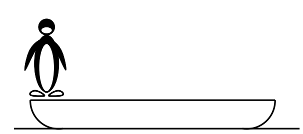
Parte 4

Dinámica de muchos cuerpos

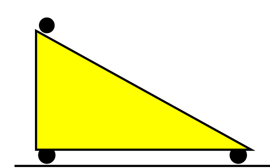
4.1. Centro de Masa

1. **Dos piedrecillas idénticas de masa $\underline{M}$ se unen mediante una cuerda ideal de longitud $\underline{L}$. El conjunto posa en reposo sobre una superficie horizontal jabonosa. Entonces una de las piedrecillas es impactada por un pedazo de goma que se aproxima con rapidez $\underline{V}$ en dirección transversal a la cuerda. La goma queda completamente adherida a la piedrecilla. Determine la trayectoria del centro de masas de los tres cuerpos. Calcule la tensión de la cuerda después del choque.** hfa[α]

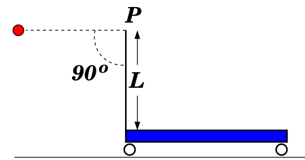
2. **Sobre la parte trasera de una balsa descansa Mr. Pingüi de masa $\underline{m}$. La balsa –de masa $\underline{M}$ y longitud $\underline{L}$– se encuentra detenida sobre una laguna quieta. Mr. Pingüi se desplaza hacia la parte delantera de la balsa y se detiene. Determine el desplazamiento de la balsa a consecuencia del desplazamiento del pingüino. Suponga que la resistencia del agua al desplazamiento de la balsa es ínfima.** cl[α]



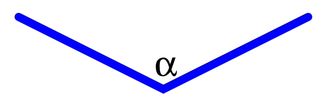
3. **Sobre una cuña móvil (provista de rodamientos) de masa $\underline{M}$ y extensión $\underline{L}$ posa (sin fricción) una bolita de masa $\underline{m}$. El ángulo entre la superficie de la cuña y la horizontal es $\underline{\alpha}$. La bolita es soltada desde la parte más alta de la cuña. Con ésto la bolita desciende mientras la cuña se mueve hacia la izquierda. Determine el desplazamiento y velocidad de la cuña al momento en que la bolita pierde contacto con ésta.** cl[$\beta\gamma$]



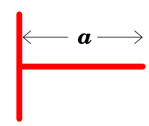
4. **En la figura se muestra una bola de masa $\underline{m}$ colgando desde P mediante una cuerda ideal de masa nula y longitud $\underline{L}$. El carro que soporta la cuerda en P es de masa $\underline{M}$ y posa sobre una superficie sin roce. La bola es soltada como se muestra y choca elásticamente con el carro. Calcule las rapideces de la bola y del carro justo antes y después del impacto entre ellos. Calcule el impulso de la bola sobre el carro en el primer impacto y el trabajo realizado por la tensión sobre la bola hasta ese instante.** hfa[β]



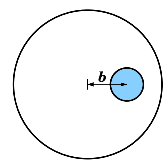
5. **Determine el centro de masas de una barra de longitud L homogénea y doblada en 'V' al centro. El ángulo de doblado de la barra es α (ver figura). Verifique casos límites $\alpha = 0°$, $90°$ y $180°$.** hfa[α]



6. **Determine el centro de masas de una barra en forma de 'T', cuya altura es $\underline{a}$ y longitud de barra es $\underline{b}$. Verifique su resultado para los casos extremos $a \sim 0$ y $b \sim 0$.** hfa[α]

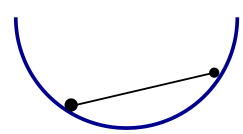


7. **Determine el centro de masas de una esfera maciza uniforme de radio $\underline{R}$ la cual tiene en su interior una burbuja de radio $\underline{r}$ y cuyo centro dista en $\underline{b}$ del centro del cascarón exterior.** cl[β]

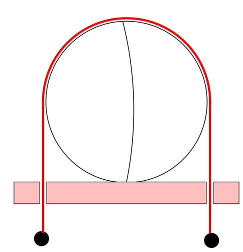


4.2. Estática de Sólidos

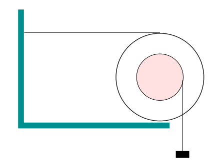
1. **En los extremos de una barra de masa despreciable se adhieren bolas de masa $\underline{m}$ y $2m$ respectivamente. El sistema posa sobre un tiesto de fondo esférico resbaloso de radio igual al la longitud de la barra. Calcule el ángulo que forma la barra con la vertical.** hfa[α]



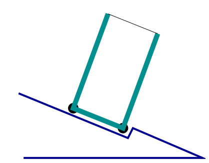
2. **Una naranja de masa $\underline{M}$ y radio $\underline{R}$ se ha cortado en dos mitades. El centro de masas de cada mitad se ubica a una distancia de $3R/8$ de la superficie de corte. El sistema se dispone con las mitades cara a cara y con la superficie de corte vertical. A fin de que las mitades no se separen, una cuerda sin roce y con masas iguales en sus extremos es dispuesta como se indica en la figura. Determine las masas mínimas a atar en los extremos de la cuerda para que las mitades permanezcan con sus caras en contacto.** hm[β]



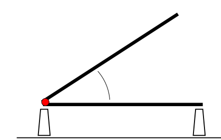
3. En la figura se muestra un cilindro de masa M y radio R el cual se ata horizontalmente a la muralla mediante una cuerda. Un calado se ha hecho sobre el cilindro y se enrolla una cuerda ideal de la cual pende una carga de masa m por determinar. Si el coeficiente de roce entre el suelo y el cilindro es μ, determine la masa máxima a colgar para que el cilindro no rote. hfa[α]



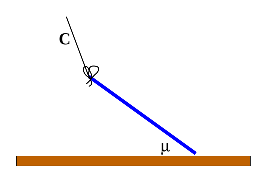
4. Demuestre que el centro de masas de un vaso de forma cilíndrica de radio a y altura b se ubica a una distancia $b^2/(a+2b)$ de la base y por su eje. El vaso posa sobre un plano inclinado y no resbala gracias a un tope fijo en el plano. Suponga que los puntos de contacto del vaso con la superficie son aquellos ennegrecidos en la figura. Para cada contacto determine la fuerza normal en función del ángulo de inclinación β del plano. Determine el ángulo de inclinación máximo del plano de modo que el vaso no vuelque. hfa[α]



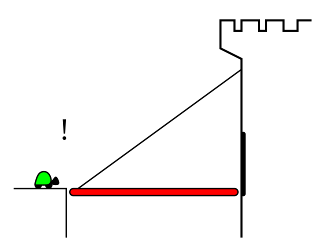
5. Un brazo articulado consta de dos barra uniformes de igual masa M y longitud L. Una de las barras posa sobre un piso horizontal para lo cual se vale de dos patas verticales de masa despreciable como se indica. Determine y grafique la fuerza sobre cada pata como función del ángulo entre las barras. hfa[α]



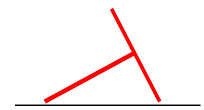
6. Un lápiz de masa uniforme es sostenido desde un extremo por una cuerda mientras su otro extremo posa sobre una superficie rugosa (μ). El lápiz forma un ángulo θ con el piso y se encuentra a punto de resbalar. Determine los ángulos posibles entre la cuerda y el lápiz. Determine la tensión en cada caso. Analice el caso $\mu = 0$ e interprete. hfa[β]



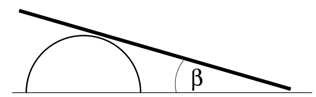
7. Un puente colgante se apoya (sin la ayuda de bisagras) contra la pared vertical. El puente es de masa M y longitud L, y la cuerda que lo mantiene horizontalmente forma un ángulo θ con la vertical. Una tortuga distraída de masa m camina hacia el castillo. Determine y grafique la fuerzas de roce y normal del muro sobre el puente como función de la posición de la tortuga. Cuando la tortuga está a punto de entrar al puente éste resbala y cae. Determine el coeficiente de roce entre el muro y el puente. hfa[β]



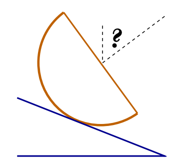
8. **Una regla 'T' de masa $\underline{M}$, altura $\underline{a}$ y barra de extensión $\underline{b}$ posa sobre un plano horizontal pulido como se indica. La regla está formada por barras del mismo material y espesor despreciable. Calcule las reacciones normales en cada punto de contacto con el suelo.** hfa[α]



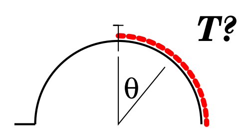
9. **Una tabla de masa $\underline{M}$ y longitud $\underline{L}$ se apoya sobre un cilindro fijo al piso. Calcule el ángulo máximo $\underline{\beta}$ de equilibrio para los casos: a) Cilindro rugoso (μ) y piso liso, y b) cilindro liso y piso rugoso (μ).** hfa[$\beta\gamma$]



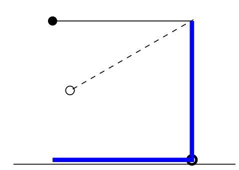
10. **Una media naranja (semiesfera maciza uniforme) posa sin resbalar sobre un plano rugoso inclinado en un ángulo $\underline{\alpha}$ con respecto a la horizontal. Calcule el ángulo que la normal a su cara plana forma con la vertical. Determine la inclinación máxima que puede tener el plano de modo que la naranja no vuelque.** hfa[27][$\beta\gamma$]



11. **Uno de los extremos de una cadena de masa $\underline{M}$ se clava en el punto más alto de una cúpula semiesférica lisa de radio $\underline{R}$. La longitud de la cadena es $\pi R/2$. Determine la tensión de la cadena en función del ángulo θ indicado.** hfa[$\beta\gamma$]

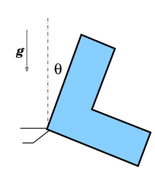


12. **Una escuadra muy delgada de lados de longitud $\underline{L}$ y masa $\underline{m}$ puede rotar libremente en torno al vértice fijo P. En su extremo superior se ata una cuerda ideal de longitud $\underline{L}$ con una bolita de masa $\underline{m}$ en su extremo. La bolita es soltada con la cuerda extendida y horizontal, en el plano de la escuadra. Determine el ángulo a partir del cual la escuadra comienza a volcarse por efecto de la carga que cae.** hfa[$\beta\gamma$]

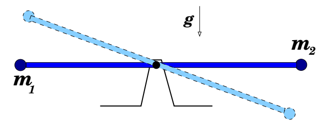


4.3. Rotación de Sólidos

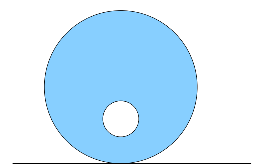
1. **Una placa en forma de 'L' de masa $\underline{M}$, con lados de longitud $\underline{b}$ y ancho $\underline{a}$, se dispone inicialmente en forma recta. La placa puede rotar sin fricción en torno a un eje perpendicular al plano que pasa por su esquina. Determine la aceleración del centro de masas de la placa luego de que ésta ha caido un ángulo $\underline{\theta}$.** hfa[β]



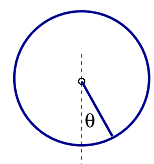
2. Una barra de masa $\underline{M}$ y longitud $\underline{L}$ puede rotar sin roce en torno a un eje perpendicular que pasa por su centro. A ambos extremos de la barra se adhieren partículas de masas $\underline{m_1}$ y $\underline{m_2}$ respectivamente. Estando la barra en forma horizontal, ésta es soltada. Determine la velocidad angular del sistema luego de que éste ha rotado un ángulo θ. Determine para tal caso la aceleración centrípeta del centro de masas. cl[β]



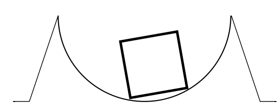
3. Una esfera maciza de masa $\underline{M}$ y radio $\underline{R}$ tiene un hueco esférico de radio $\underline{r}$ cuyo centro dista en $\underline{b}$ del centro del cascarón exterior. La esfera se dispone en reposo sobre un plano horizontal rugoso y con el hueco en su punto más bajo. Calcule la velocidad angular de la esfera cuando la burbuja pasa por su punto más alto con respecto al suelo. hfa[β]



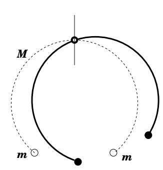
4. Un aro homogéneo de radio $\underline{R}$ lleva adherido radialmente y hacia su centro un trozo recto del mismo material. La masa del conjunto es $\underline{M}$ y experimenta oscilaciones armónicas cuando pende del eje fijo en P. Calcule el período de las oscilaciones. hfa[β]



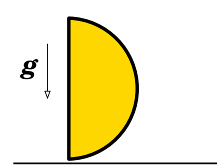
5. Un marco cuadrado formado por cuatro barras uniformes idénticas de longitud $\underline{b}$ posa sobre un fondo cilíndrico pulido de radio $\underline{R}$. El marco experimenta pequeñas oscilaciones debido a la gravedad terrestre $\underline{g}$. Determine la frecuencia de las oscilaciones. éstas y examine su resultado en el caso $b \ll R$. hfa[28][β]



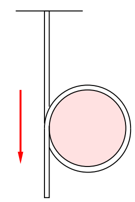
6. Una pulsera mágica de la figura está formada por un arco de circinferencia de radio $\underline{R}$, extensión angular $\underline{\beta}$ y masa $\underline{M}$ con dos cargas idénticas de masa $\underline{m}$ en sus extremos. La pulsera puede oscilar en torno al punto medio P del arco. Determine la frecuencia de pequeñas oscilaciones de la pulsera. hfa[29][β]



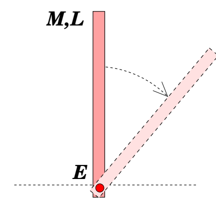
7. Media naranja de masa $\underline{M}$ y radio $\underline{R}$ se dispone sobre una superficie horizontal rugosa con su cara plana en forma vertical. La naranja es soltada y comienza a rotar sin resbalar con el piso. Determine la velocidad angular de la ésta cuando la normal a su cara plana forma un ángulo $\underline{\theta}$ con la vertical. hfa[β]



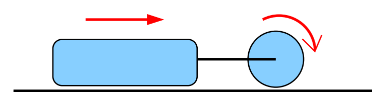
8. **Una lata de gaseosa de masa despreciable es envuelta a una espira sin nudo por un cordel de masa uniforme y de grosor ínfimo. Uno de los extremos del cordel se fija al techo y el otro cuelga libremente. Por efecto de la gravedad g la lata cae girando por efecto del cordel. Calcule la aceleración con que baja el centro de la lata. Suponiendo el cordel de masa M y longitud L, y la lata de radio r, determine fuerza necesaria para sostener el cordel en su extremo superior.** rtr[β]



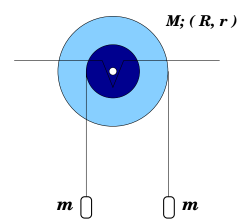
9. **En la figura se muestra una barra homogénea de masa M y longitud L. La barra puede rotar sin fricción en torno a un eje horizontal E en el extremo inferior de ésta. Partiendo del reposo, ésta cae hacia la derecha. Calcule la aceleración (vectorial) del CM de la barra en función del ángulo de caída. Calcule la componente axial y transversal de la fuerza que ejerce el eje sobre la barra.** cl[β]



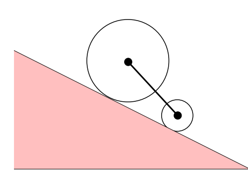
10. **Un bloque sólido se une mediante una cuerda a una rueda cilíndrica de radio R y masa λM, con M la masa del conjunto. Inicialmente el conjunto se mueve con rapidez u: el bloque resbala y la rueda rota sin resbalar. Determine el tramo recorrido por el sistema hasta detenerse. Analice su resultado en términos de λ.** hfa[$\alpha\beta$]



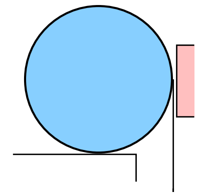
11. **Una polea a dos cantos (radio externo R e interno r) puede rotar sin fricción en torno a su eje. En sus cantos se han enrollado cuerdas ideales como se indica en la figura. Cargas de igual masa m cuelgan de los extremos de las cuerdas. El momento de inercia de la polea con respecto a su eje es $MR^2/2$. Determine la razón entre las tensiones de las cuerdas cuando el sistema rota por efecto de la gravedad g. Determine el torque necesario sobre la polea para impedir que ésta rote.** cl[β]



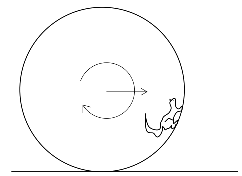
12. **Dos cilindros de masa M pero distintos radios, R y r respectivamente, se unen mediante una cuerda ideal de longitud L ($L > R + r$). El par posa sobre una superficie rugosa e inclinada en β con respecto a la horizontal. El cilindro de radio menor va delante del de radio mayor. Calcule la tensión de la cuerda y la aceleración del sistema.** cl[β]



13. **Una cuerda se enrolla en torno a un cilindro. El cilindro se ubica sobre un plano horizontal rugoso (μ) y en contacto con una pared vertical del mismo material del piso. La cuerda, enrollada en una pequeña ranura que impide su contacto con el piso o la pared, es tirada hacia abajo con una fuerza F. Calcular la razón entre las fuerzas normales experimentadas en el suelo y la pared mientras gira el cilindro.** hfa[β]

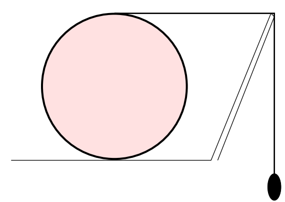


14. **Una ardilla de masa m corre aceleradamente dentro de un cilindro hueco de radio R y masa M. La ardilla en nungún momento resbala y el cilindro posa sobre un plano rugoso horizontal. A consecuencia de su movimiento acelerado la ardilla se mantiene siempre a una altura h del suelo. Determine la aceleración con que se traslada el cilindro.** hfa[γ]



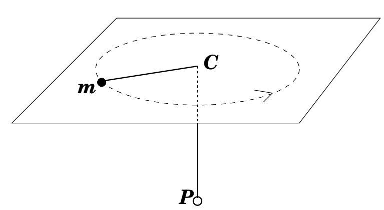
15. **Una rueda de masa M, radio R y momento de inercia con respecto a su eje I es lanzada horizontalmente sin rotar sobre una superficie horizontal. La rueda entra a un tramo horizontal rugoso con rapidez v_o, cuyo coeficiente de roce mutuo es μ. Determine la longitud del tramo de resbalamiento de la rueda.** hfa[β]

16. **Una cuerda ideal se enrolla alrededor de un cilindro homogéneo de radio R y masa M. El cilindro posa sobre una supercicie horizontal rugosa. En el extremo de la cuerda pende verticalmente una carga de masa m. No hay roce entre la cuerda y el soporte fijo S. Calcule la aceleración de la carga que cuelga y la tensión de la cuerda mientras el cilindro rueda.** cl[β]

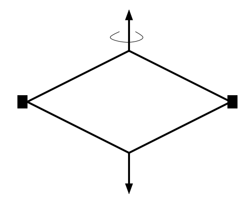


4.4. Leyes de conservación

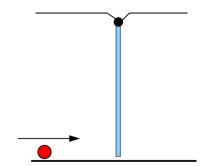
1. **Sobre una mesa horizontal sin roce una bolita mantiene un movimiento circunferencial de radio R por acción de un elástico ideal de longitud natural L y constante elástica k. El elástico es pasado por por el orificio C y sostenido en su extremo P. El extremo P es tirado hacia abajo una distancia δ de forma tal que la bolita retoma una órbita circunferencial. Determine el cambio del radio de la órbita de la bolita sobre la mesa.** hfa[β]



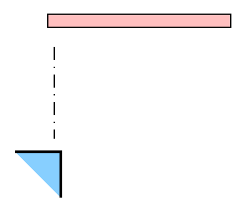
2. Un rombo articulado está formado por varillas de longitud $\underline{L}$ y masa $\underline{m}$. Dos de las articulaciones opuestas del rombo llevan adheridas cubos pequeños idénticos de masa $\underline{M}$. En ausencia de gravedad el sistema rota libremente con velocidad angular $\underline{\omega_\circ}$. En cierto instante las otras dos articulaciones son separadas mediante fuerzas externas opuestas de dirección perpendicular al plano de órbita hasta lograr mantener el sistema rotando como se indica. La magnitud de las fuerzas opuestas es $\underline{F_\circ}$, constante. Determine la separación entre los cubos. hfa[31][β]



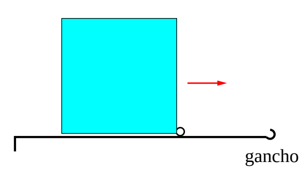
3. Una varilla de masa $\underline{M}$ y longitud $\underline{L}$ cuelga en reposo de uno de sus extremos. La varilla puede rotar libremente en torno a este punto. Sobre el piso horizontal un pequeño cuerpo –de masa $\underline{m}$ y con rapidez $\underline{v_\circ}$– choca elásticamente con el extremo inferior de la varilla. Determine la velocidad angular de la varilla inmediatamente despues del choque. Determine la masa de la varilla si a consecuencia del choque la masa incidente queda detenida. hfa[β]



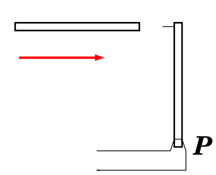
4. Una barra de longitud $\underline{L}$ y masa $\underline{M}$ es soltada desde una altura $\underline{h}$ con respecto al borde de una mesa. La barra se dispone con uno de sus extremos justo sobre el borde de la mesa. Calcule la velocidad angular de la barra inmediatamente despues de que ésta impacta elásticamente el borde superior de la mesa. Determine el impulso debido a la mesa y compárelo con el de un rebote elástico de una bolita de masa M. cl[β]



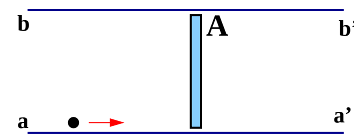
5. Una placa cuadrada de masa $\underline{m}$ y lados $\underline{a}$ desliza sobre un plano horizontal pulido con rapidez $\underline{V_o}$. En el extremo de la superficie hay un gancho que atrapa la parte delantera de la placa pero le permite rotar libremente. Determine la velocidad angular de la placa inmediatamente despues del enganche, el cambio de momentum lineal (impulso) de la placa a consecuencia del enganche y la rapidez mínima necesaria para que la placa vuelque completamente. hfa[β]



6. Una varilla uniforme de masa $\underline{M}$ y longitud $\underline{L}$ se incrusta perpendicularmente en el extremo superior de otra varilla idéntica en reposo y vertical libre de rotar sin fricción en torno al soporte P. La rapidez con que se incrusta la varilla es $\underline{v}$. Determine la velocidad angular del sistema despues del impacto y el impulso del soporte en P sobre la varilla. hfa[β]



7. **Sobre una mesa horizontal pulida descansa una barra de masa $\underline{m}$ y longitud $\underline{\ell}$. La barra se ubica en forma transversal con respecto a dos bordes rectos paralelos (aa' y bb'). Una partícula de masa $\underline{m}$ se propaga con rapidez $\underline{v_\circ}$ paralelamente a los bordes –casi en contacto con el eje aa'– y se adhiere a la barra. Determine el tiempo que tarda el extremo A de la barra en golpear el borde aa'.** cl[β]



Parte 5

Fluídos

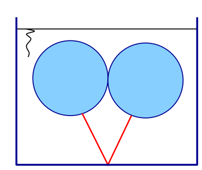
5.1. Hidrostática

1. **Un mol de gas en condiciones normales ocupa un volumen de 22,4 litros. Estime la densidad del aire si gran parte de él está constituido por nitrógeno. (R: 1,28 kg/m^3)** cl[α]

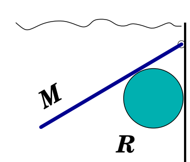
2. **Calcule el volumen mínimo de un globo de helio (ρ=0,18 kg/m^3) necesario para levantar un vehículo de 1200 kg.** cl[α]

3. **Una balanza digital permite medir la fuerza de compresión de un objeto sobre el plato de la balanza. Una persona posa sobre una de estas balanzas y registra una fuerza de 600.00000 N. Suponiendo g=9.810000 m/s^2, y la densidad del la persona igual a la del agua, calcule la masa de la persona.** cl[α]

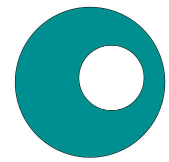
4. **Dos globos esféricos inflados con aire, ambos de radio $\underline{R}$, se unen mediante una cuerda de longitud $\underline{L}$. Los globos –de masa despreciable– se mantienen bajo agua con el punto medio de la cuerda fijo al fondo. Calcular la fuerza de contacto entre los dos globos.** hfa[$\alpha\beta$]



5. **Una barra de masa $\underline{M}$, longitud desconocida y volumen despreciable se une a una pared vertical lisa mediante una rótula que le permite girar libremente. El sistema se mantiene inundado por un fluído de densidad $\underline{\rho}$ y la barra se apoya en una boya de radio $\underline{R}$ y masa despreciable. La barra inclinada forma un ángulo $\underline{\beta}$ con la horizontal. Determine la longitud de la barra.** hfa[α]

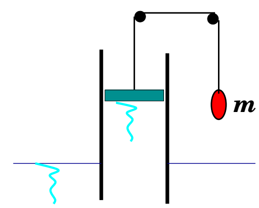


6. **La densidad del aluminio es de 2700 kg/m^3. Se construye una esfera de aluminio con un hueco esférico. Calcule la razón entre el radio externo $\underline{R}$ de la esfera e interno $\underline{r}$ del hueco que permite su suspención en agua.** hfa[α]

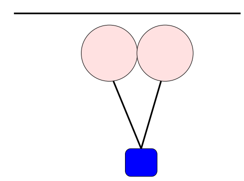


7. **Se desea confeccionar aluminio poroso (algo así como queso suizo) que se mantenga en suspensión en agua. Determine el porcentaje de burbujas en relación al volumen total del aluminio poroso.** hfa[α]

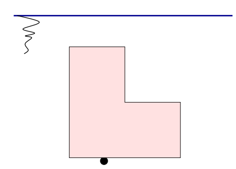
8. **Un tubo de sección transversal $\underline{A}$ es sostenido firmemente en forma vertical y de modo que su extremo inferior abierto esté en contacto con el agua contenida en una fuente. Un émbolo hermético de masa despreciable puede deslizar sin roce dentro del cilindro. El émbolo es tirado hacia arriba por una cuerda ideal de cuyo extremo cuelga una carga de masa $\underline{m}$. No hay fricción en los puntos de contacto de la cuerda. Calcule el desnivel de agua producido por el émbolo.** hfa[β]



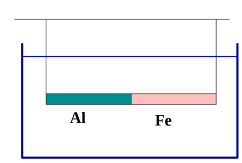
9. **Sean $\underline{\rho_\circ}$ la densidad del agua y $\underline{\lambda\rho_\circ}$ la del aluminio. Un trozo de aluminio de masa $\underline{M}$ es suspendida en agua mediante dos boyas idénticas de masa nula. El cordel que las sostiene es de longitud $\underline{L}$. Determine la tensión de la cuerda si las bollas están en contacto como se muestra en la figura.** cl[$\beta\gamma$]



10. **Un bloque de hielo de 1 m^3 (ρ=920 kg/m^3) tiene la forma de una "L" simétrica de lados de longitud a, barras de ancho $a/2$ y grosor $a/2$. Mediante el uso de una carga puntual se hunde el hielo en agua como se indica. Determine la masa de la carga y su ubicación en el hielo donde debería adherirse de modo que el hielo se mantenga en suspensión como se indica en la figura.** hfa[β]

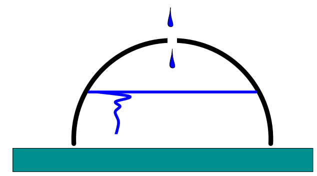


11. **Una barra de longitud $\underline{L}$ y volumen $\underline{V}$ está constituida por dos trozos cilindricos macizos homogéneos de igual longitud: hierro (ρ_{Fe}=7900 kg/m^3) y aluminio (ρ_{Al}=2700 kg/m^3). La barra es sumergida horizontalmente en agua mediante cuerdas verticales en ambos extremos. Calcule la razón entre las tensiones de cada cuerda.** cl[α]



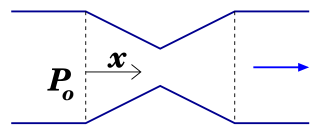
12. **Calcule la fuerza de empuje sobre un cilindro completamente sumergido de volumen V y altura h. El cilindro está dispuesto verticalmente; la mitad inferior del cilindro esta inmersa en agua ($\rho_\circ$) y la mitad superior está completamente cubierta con aceite (ρ_a).** cl[β]

13. **Un casquete semiesférico de radio $\underline{R}$ y masa desconocida posa sobre una superficie horizontal perfectamente plana. En el punto más alto del casquete hay un pequeño orificio desde el cual se introduce, gota por gota, agua de densidad ρ. Una vez que el nivel de agua está a punto de alcanzar el orificio, el borde inferior del casquete pierde contacto con la superficie y el agua se escurre al exterior. Determine la masa del casquete.** rtr[β]

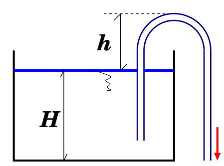


5.2. Flujos

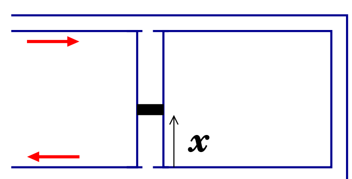
1. **Por el tubo de sección circular de la figura pasa líquido de densidad $\underline{\rho}$ con caudal $\underline{Q}$. El tubo tiene sección transversal $\underline{A}$ y en un tramo de longitud $\underline{2D}$ se enangosta y ensancha uniformemente. La parte más angosta es de sección transversal $A/4$. Si antes de entrar al enangostamiento la presión del líquido es $\underline{P_\circ}$, determine y grafique la presión del líquido como función de $\underline{x}$.** hfa[$\alpha\beta$]



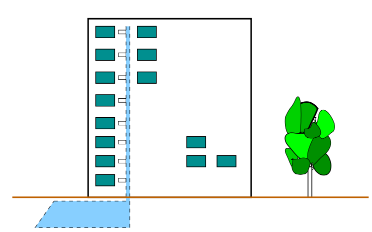
2. **Con un sifón se saca agua de un vaso como se muestra en la figura. Determine, en función de $\underline{h}$, la velocidad del agua a la salida del sifón. Determine la presión del agua en el punto más elevado. Determine el valor de h más allá del cual no se puede sacar agua.** hfa[$\alpha\beta$]



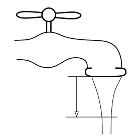
3. **Los tramos inferior y superior de la manguera de la figura tiene una sección transversal interna $\underline{A}$ y $\underline{B}$ respectivamente. Ambos tramos se extienden horizontalmente a una diferencia de altura $\underline{H}$. Los tramos horizontales se interconectan por medio de un capilar de sección transversal $\underline{S}$. Un émbolo de masa $\underline{M}$ se mantiene en suspención dentro del capilar gracias al flujo de agua por la manguera. Si la densidad del agua es $\underline{\rho}$ y si se desprecia el roce entre el capilar y el émbolo, determine el caudal y la velocidad del agua en el tramo inferior.** hfa[$\alpha\beta$]



4. **Un edificio de $\underline{N}$ pisos se conecta a la matriz de una red de agua y alimenta a todos los departamentos exceptuando la terraza. A ésta el agua llega justo al nivel de la loza pero no fluye. La altura de cada piso es $\underline{H}$ y las llaves de agua en cada piso se ubican a una altura $\underline{h}$ con respecto a su propia loza. Se abre sólo una llave de agua en todo el edificio, y esta se ubica en el piso $\underline{j}$. Calcule la velocidad de flujo del agua en esa llave abierta.** rtr[β]



5. De una llave semiabierta de diámetro D se escurre un pequeño caudal de agua Q. El líquido cae verticlamente por efecto de la gravedad terrestre g. Determine el diámetro del chorro agua que sale de la llave en función de la distancia y a la boca de ésta. **hfa[β]**

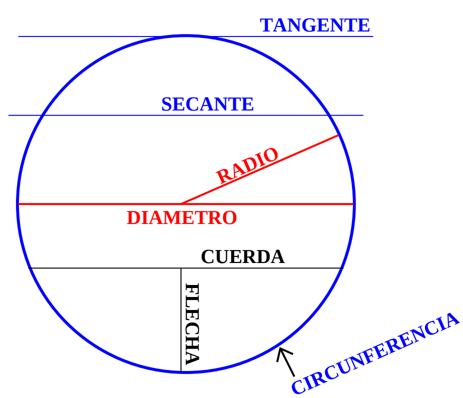


Parte 6

Apéndices

.1. Aproximaciones numericas

Partes del círculo (terminología



.2. Aproximaciones numericas

Curiosidades aritméticas.
No siempre es necesario un cálculo aritmético preciso. En muchas situaciones una estimación numérica es suficiente para tomar una decisión. En tales casos el uso de la aproximación

$$(1+\epsilon)^p \approx 1 + p\epsilon$$

resulta particularmente útil. Esta aproximación es adecuada para cualquier potencia p finita y $\epsilon << 1$. Si complementamos ésta aproximación con las siguientes observaciones

$$\begin{array}{rcll} \pi & \approx & 355/113 & \text{(al 0.00001 \%)} \\ \pi & \approx & 333/106 & \text{(al 0.003 \%)} \\ \pi & \approx & 22/7 & \text{(al 0.04 \%)} \\ 2^{10} & = & 1024 \approx 10^3 & \text{(al 2 \%)} \\ 3^9 & \approx & 2 \times 10^4 & \text{(al 2 \%)} \\ 7^4 & \approx & 2400 & \text{(al 0.04 \%)} \end{array} \qquad (\ 0.2.1)$$

estamos en buen pie de hacer cálculos aritméticos con relativa simplicidad y rapidez. A modo de ejemplo, calculemos $\sqrt{3}$. Observe cuidadosamente la siguiente secuencia e intención de cada paso...

$$\begin{aligned} \sqrt{3} &= \frac{\sqrt{9\times 3}}{3} = \frac{\sqrt{27}}{3} = \frac{\sqrt{25+2}}{3} = \frac{5(1+2/25)^{1/2}}{3} \\ &\approx \frac{5}{3}(1+\frac{1}{2}\frac{2}{25}) = \frac{26}{15} = \frac{30-4}{15} = 2-\frac{4}{15} \approx 2-\frac{4}{16} = 1.75\ . \end{aligned}$$

Al elevar al cuadrado 1.75 resulta 3.063, de modo que la aproximación es correcta al 2 %. Las operaciones mostradaas en este ejemplo se pueden hacer en forma más ágil con la debida ejercitación.

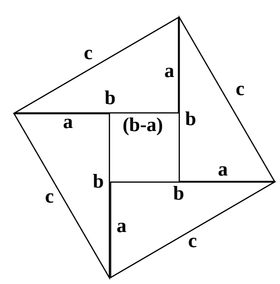
.3. Teorema de Pitágoras

El teorema de Pitágoras establece que en todo triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa. He aquí tres demostraciones del teorema.

<u>I.- Demostración por ?</u>

En la figura se ilustra un cuadrado formado por cuatro triángulos rectángulos idéndicos. Es fácil constatar que tal figura es compacta. El área total del cuadrado, c^2, es igual a la suma del área de los cuatro triángulos y la del cuadrado pequeño de lados $(b-a)$:

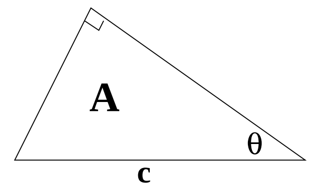
$$c^2 = 4\times\left(\frac{1}{2}ab\right) + (b-a)^2\ .$$

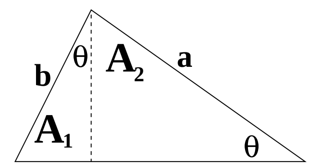


Expandiendo y simplificando se obtiene $c^2 = a^2 + b^2$.

<u>I.- Demostración por ??</u>

Esta otra demostración se le atribuye a ?? La observación clave es que el área de un triángulo rectángulo queda totalmente determinada por el cuadrado de una de sus longitudes, la hipotenusa, y uno de sus ángulos no rectos. De esta forma podemos escribir $A = c^2 \times f(\theta)$. Además, se puede constatar fácilmente que el triángulo principal está formado por dos triángulos semejantes más pequeños de hipotenusas a y b respectivamente. Al igualar las áreas:



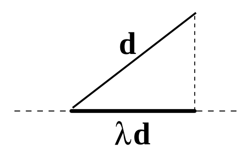


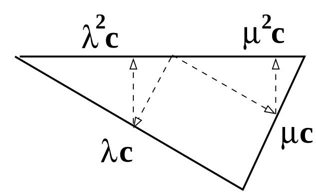
$$A = A_1 + A_2 \qquad \Rightarrow \qquad c^2 \times f(\theta) = a^2 \times f(\theta) + b^2 \times f(\theta) \ ,$$

de donde se desprende que $c^2 = a^2 + b^2$.

<u>I.- Demostración por HFArellano</u>

A diferencia de las dos demostraciones anteriores, ésta no hace consideraciones de áreas. La observación clave es que la longitud de la proyección de un segmento de longitud d sobre una línea oblícua es proporcional a d, y que la constante de proporcionalidad sólo depende del ángulo de proyección. Entonces considerar las proyecciones sucesivas de la hipotenusa de longitud c sobre un cateto (λc), y luego ésta sobre la misma hipotenusa ($\lambda(\lambda c) = \lambda^2 c$). Hacer lo mismo considerando proyección sobre el otro cateto, donde esta vez la constante de proporcionalidad es μ. La suma de las dos proyecciones debe resultar c:



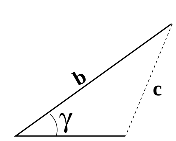


$$c = \lambda^2 c + \mu^2 c$$

Sustituyendo $\lambda = a/c$ y $\mu = b/c$ se obtiene $c^2 = a^2 + b^2$.

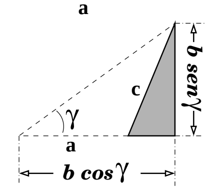
<u>Teorema del coseno</u>

Este teorema es una extensión del teorema de Pitágoras y relaciona los tres lados de un triángulo con el ángulo entre dos de ellos. Para el triángulo de la figura se cumple



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma \ .$$

La demostración de éste teorema es directa si se considera el triángulo rectángulo achurado en la figura. Por Pitágoras



$$c^2 = (b\cos\gamma - a)^2 + (b\sin\gamma)^2 \ .$$

Expandiendo y usando la propiedad $\sin^2\gamma + \cos^2\gamma = 1$ se obtiene el resultado deseado.

.4. Ecuación cuadrática

.4.1. La ecuación cuadrática

Consideremos la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$. A fin de obtener las soluciones en x dividimos por a y hacemos

$$x^2 + 2\left(\frac{b}{2a}\right)x + \underbrace{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2} + \frac{c}{a} = 0 \; .$$

Los tres primeros términos corresponden al cuadrado de un binomio. Los términos restantes son pasados al lado derecho:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \; .$$

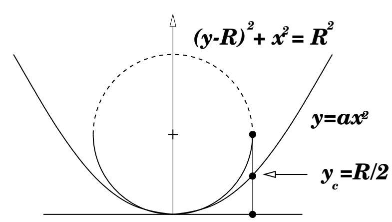
Finalmente identificamos dos raíces x_+ y x_- dadas por:

$$x_\pm = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \; .$$

.4.2. Aproximación cuadrática de una circunferencia

En algunos casos tales como movimiento parabólico, pequeñas oscilaciones y óptica, resulta útil aproximar una circunferencia a su forma cuadrática. Consideremos la circunferencia descrita en la figura centrada en $(0, R)$ y representada por

$$x^2 + (y - R)^2 = R^2 \; .$$



La rama inferior de ésta queda ddescrita por

$$y = R - \sqrt{R^2 - x^2} \quad \rightarrow \quad y = R\left[1 - \left(1 - \left(\frac{x}{R}\right)^2\right)^{1/2}\right] \; .$$

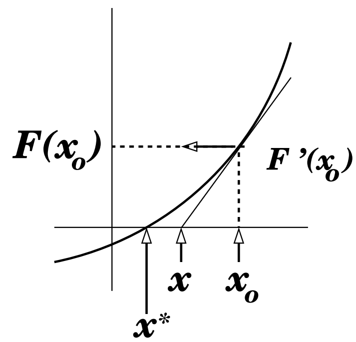
Para $x \ll R$ podemos aproximar $(1-(x/R)^2)^{1/2} \sim 1 - x^2/2R$, con lo cual obtenemos

$$y \approx \frac{1}{2R}x^2 \; . \qquad (\,0.4.2)$$

Vale decir, la rama inferior de la circunferencia se asemeja a una parábola.

.5. Raíces de una función

Newton ideó un algoritmo sumamente ingenioso para resolver numéricamente ecuaciones cuyas soluciones no eran directamente calculables. El problema general se plantea de la siguiente forma. Sea $F(x)$ una función de la variable x y supongamos conocida la pendiente de la tangente en cualquier punto (derivada). Buscamos una raiz de $F(x)$, vale decir, nos preguntamos por x^* tal que $F(x^*) = 0$. Para ello consideremos un punto inicial $x_\circ$ 'adecuado' como el de la figura. La tangente a la curva en $x_\circ$ genera un punto x_1 encajonado entre x^* y $x_\circ$. Por inspección podemos afirmar la siguiente relación geométrica que involucra sólo $x_\circ$ y x_1:



$$\frac{F(x_\circ) - 0}{x_\circ - x_1} = F'(x_\circ) \quad \Rightarrow \quad x_1 = x_\circ - \frac{F(x_\circ)}{F'(x_\circ)}\ .$$

La lectura de este resultado es la siguiente: dado un $x_\circ$ adecuado, su uso en la relación de arriba permite generar un x_1 más cercano a x^*. Una vez obtenido x_1 podemos reasignar $x_1 \to x_\circ$ y evaluar nuevamente la relación de arriba. Así nos acercaremos aún más a x^*. El uso iterativo de la relación de arriba permite aproximarse a x^* tanto como uno desee.

A modo de ejemplo, calculemos $\sqrt{5}$. Para ello construyamos $F(x) = x^2 - 5$, cuya raiz sabemos que es $\sqrt{5}$ pero queremos su representación decimal. Claramente $F'(x) = 2x$, con lo cual

$$x = x_\circ + \frac{F(x_\circ)}{F'(x_\circ)} \quad \to \quad x = \frac{x_\circ^2 + 5}{2x_\circ}$$

Iteramos:

Dado $x_\circ$=1 $\to x = (1 + 5)/2 = 3$;
hacemos $(3 \to x_\circ) \Rightarrow x = (9 + 5)/6 = 7/3$;
hacemos $(7/3 \to x_\circ) \Rightarrow x = 47/21$

Este resultado ya es correcto al 0.2 %. Sucesivas iteraciones permiten un resultado más refinado.

Comentarios y sugerencias

[1] Para estimar el espesor de una hoja de papel observe cuantas páginas de su cuaderno suman un grosor de 1mm.

[2] Compare con el área de un círculo de igual perímetro.

[3] Verifique su resultado para los casos $D = 0$ y $R = r$.

[4] Analice el caso extremo en que la base s del trángulo es mucho más pequeña que el radio R.

[5] Examine su resultado para el caso extremo de una superficie plana $(R \gg r)$.

[6] Hay dos soluciones: obténgalas y descríbalas.

[7] Aplique y verifique su resultado para el caso $\vec{u} \perp \vec{v}$, con $u = v$.

[8] Aplique e interprete su resultado para el caso especial $\vec{A} = \hat{x} + \hat{y}$, $\vec{B} = \hat{x} - \hat{y}$ y $\vec{C} = \hat{x}$.

[9] Aplique su resultado para el caso en que los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares.

[10] Denominando T ellapso que dura iluminado Don Ratón, examine e interprete su resultado en los casos límite T muy pequeño, y T muy grande.

[11] Examine su resultado para el caso τ muy grande e interprete.

[12] Verifique su resultado para el caso $\alpha = 0$.

[13] Examine su resultado para el caso b=0.

[14] Determine la cantidad de agua en el aire.

[15] No hay forma de que, mediante un brinco, el sapo descubra si el ascensor se mueve.

[16] Si no hay corriente los tiempos son iguales.

[17] Estime su resultado para el caso b=4 m, ℓ=1.5 m y θ=45°.

[18] Determine la velocidad del punto medio entre las dos argollas.

[19] Calcule el trabajo realizado por la fuerza de roce sobre la barra, y la fuerza de roce sobre el trineo. Compare la suma de las anteriores con el trabajo realizado por ‘el roce’.

[20] El caso extremo $b = 0$ con $M = 2m$ corresponde a una situación conocida.

[21] La ausencia del resorte superior (o inferior) es un caso particular de este sistema.

[22] Observe que mientras más rígido es el resorte, menos dura el contacto pero la fuerza máxima es más intensa. El producto 'duración×fuerza_máxima' es independiente del resorte.

[23] Si no se supone Ψ muy masivo habría que conservar momentum.

[24] Si toma en cuenta la atracción gravitacional entre las dos masas se encuentra que para que la cuerda no esté tensa la masa de cada partícula está dada por $m = M(h/R)^3$.

[25] Extienda su resultado para el caso en que la masa del cascarón (M) es distinta a la de la partícula (m).

[26] Puede serle útil tener presente la cinemática del movimiento relativo: $\vec{v}_{B/S} = \vec{v}_{B/T} + \vec{v}_{T/S}$, donde B≡bloque, T≡tabla y S≡suelo.

[27] El centro de masas de una semiesfera maciza de radio R se ubica a una distancia $\frac{3}{8}R$ del centro de su cara plana.

[28] Examine su resultado en el caso $b \ll R$.

[29] El centro de masa de un arco uniforme de radio R y extensión angular β se ubica a una distancia $R\sin(\beta/2)/(\beta/2)$ del centro que del arco, en el radio que bisecta el arco.

[30] Examine el caso en que el radio de los cilindros es el mismo. En tal caso la tensión debiera ser nula.

[31] Considere, para empezar, varillas de masa nula.