

Universidad de Chile  
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas  
Escuela de Verano 2007  
Matemáticas II  
Profesores: P.P. Romagnoli, L. Sánchez, R. Uribe y M. L. Varas

## Control 2

1. Considere la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por:

$$f(x) = 2 \operatorname{sen} \left( \frac{x}{2} - \frac{\pi}{2} \right) + 1$$

y esboce su gráfico en  $[-2\pi, 2\pi]$ , a partir del gráfico de  $\operatorname{sen}(x)$ . Indique todas las traslaciones, escalamientos y ampliaciones, graficándolas por separado.

2. Considere las funciones  $f(x) = 2^x$ ,  $g(x) = 2^{-x}$  y  $h(x) = \frac{f(x)-g(x)}{2}$ .
- a) Esboce el gráfico de  $f(x)$  y  $g(x)$  en un mismo dibujo.
  - b) Estudie la paridad de  $h(x)$  y su signo para  $x > 0$  y para  $x < 0$ .
  - c) Demuestre que  $h(x)$  es creciente sobre todo su dominio y justifique su invertibilidad.
  - d) Pruebe que  $h^{-1}(x) = \log_2(x + \sqrt{x^2 + 1})$ .
  - e) Justifique que  $h^{-1}$  está bien definida sobre todo  $\mathbb{R}$  y que  $w(x) = \log_2(x - \sqrt{x^2 + 1})$  no lo está.
3. Considere los polinomios  $p(x) = ax^3 + bx^2 + bx + a$ ,  $g(x) = x - 1$ , y obtenga el resto  $r(x)$  que resulta de dividir  $p(x)$  por  $g(x)$ . Establezca una condición sobre  $a$  y  $b$  para que  $p(x)$  sea divisible por  $(x^2 - 1)$ .

## INDICACIONES

Responda dos de los tres problemas propuestos.

Tiempo: 2:00 hrs.