Auxiliar 2: Tablas de verdad y algebra de lógica

Avelio Sepúlveda

4 de Enero de 2010

P1.- Sean p, q, r proposiciones. Realice las tablas de verdad de las siguientes proposiciones.

a.- $(p \wedge q) \vee \overline{q}$

b.- $(\overline{p} \Rightarrow q) \vee (\overline{q} \Rightarrow p)$

c.- $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

d.- $(p \wedge q \Rightarrow r) \vee \overline{p \wedge q \wedge \overline{r}}$

e.- $(p \Rightarrow (q \wedge r)) \Leftrightarrow (\overline{r} \Rightarrow p \vee q \Rightarrow p)$

P2.-

Demuestre, sin usar tabla de verdad, que las siguientes afirmaciones son tautologías

a.- $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

b.- $[p \Rightarrow (q \Rightarrow r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow r]$

1. Respuesta

P1.-

a.-

p	q	$\overline{q}$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee \overline{q}$
V	V	F	V	V
V	F	V	F	V
F	V	F	F	F
F	F	V	F	V

b.-

p	q	$\overline{p}$	$\overline{q}$	$\overline{p} \Rightarrow q(\diamond)$	$\overline{q} \Rightarrow p(\triangle)$	$\diamond \vee \triangle$
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F

c.-

p	q	r	$p \Rightarrow q(\triangle)$	$q \Rightarrow r(\bigstar)$	$p \Rightarrow r(\spadesuit)$	$\triangle \wedge \bigstar(\nabla)$	$\nabla \Rightarrow \spadesuit$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	V	F	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

d.-

p	q	r	$\overline{r}$	$p \wedge q(\bigstar)$	$\bigstar \Rightarrow r(\nabla)$	$\bigstar \wedge \overline{r}(\triangle)$	$\overline{\triangle}$	$\nabla \vee \overline{\triangle}$
V	V	V	F	V	V	F	V	V
V	V	F	V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	F	V	F	V	V
V	F	F	V	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	F	V	V
F	V	F	V	F	V	F	V	V
F	F	V	F	F	V	F	V	V
F	F	F	V	F	V	F	V	V

e.-

p	q	r	$q \wedge r(\bigstar)$	$p \Rightarrow \bigstar(\spadesuit)$	$\overline{r} \Rightarrow p(\triangle)$	$q \Rightarrow p(\nabla)$	$\triangle \vee \nabla(\wp)$	$\spadesuit \Leftrightarrow \wp$
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	V	V	F
V	F	V	F	F	V	V	V	F
V	F	F	F	F	V	V	V	F
F	V	V	V	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	F	F	F	F
F	F	V	F	V	V	V	V	V
F	F	F	F	V	F	V	V	V

P2.-

a.- Realizaremos este problema por el método largo, es decir, transformaremos los implica a $\wedge, \vee$ y $\sim$ y luego encontraremos que la proposición equivale a una verdad

$$
\begin{aligned}
&[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r) \\
&\Leftrightarrow [(\overline{p} \vee q) \wedge (\overline{q} \vee r)] \Rightarrow (\overline{p} \vee r) \\
&\Leftrightarrow \overline{[(\overline{p} \vee q) \wedge (\overline{q} \vee r)]} \vee (\overline{p} \vee r) \quad \backslash usando\ Morgan \\
&\Leftrightarrow [(p \wedge \overline{q}) \vee (q \wedge \overline{r})] \vee (\overline{p} \vee r) \quad \backslash usando\ asoc,\ conm \\
&\Leftrightarrow [(p \wedge \overline{q}) \vee \overline{p}] \vee [(q \wedge \overline{r}) \vee r] \quad \backslash usando\ distributividad \\
&\Leftrightarrow [(p \vee \overline{p}) \wedge (\overline{p} \vee \overline{q})] \vee [(q \vee r) \wedge (\overline{r} \vee r)] \\
&\Leftrightarrow [V \wedge (\overline{p} \vee \overline{q})] \vee [(q \vee r) \wedge V] \\
&\Leftrightarrow \overline{p} \vee [\overline{q} \vee q] \vee r \\
&\Leftrightarrow V
\end{aligned}
$$

b.- Realizaremos este problema de una manera más corta, ocuparemos solo tautologías y la transitividad del si solo si, ie $[p \Leftrightarrow q \wedge q \Leftrightarrow r] \Rightarrow [p \Leftrightarrow r]$, es decir, si tengo que p tiene el mismo valor de verdad que q y q tiene el mismo valor de verdad que r, entonces, p tiene el mismo valor de verdad de r.
Para realizar el problema, luego, partiremos de la parte izquierda

$$
\begin{aligned}
&[p \Rightarrow (q \Rightarrow r)] \\
&\Leftrightarrow \overline{p} \vee (\overline{q} \vee r) \\
&\Leftrightarrow \overline{(p \wedge q)} \vee r \\
&\Leftrightarrow (p \wedge q) \Rightarrow r
\end{aligned}
$$

Que era lo que se quería demostrar.