



Universidad de Chile  
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas  
Escuela de Verano 2010 - Matemáticas II  
Profesor: José Zamora P.  
Auxiliares: Rodrigo Chi, Rodrigo Orellana & César Vigouroux

## Enunciado Auxiliar 15 - 25/01/2010

1. Grafique completamente la función

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

Para ello prosiga de la siguiente forma:

- Encuentre los ceros de la función y vea dónde es positiva y negativa.
  - Calcule  $f'(x)$ . A partir de la derivada, encuentre puntos críticos y zonas de crecimiento.
  - A partir de las zonas de crecimiento, argumente si los puntos críticos son máximos, mínimos o puntos de inflexión.
  - Usando todo lo anterior, bosqueje el gráfico de  $f$ .
2. Hallar la altura del cilindro circular recto de volumen máximo  $V$  que se puede inscribir en una esfera de radio  $R$ .
3. Grafique la función  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x + 8$  indicando:
- Puntos Críticos
  - Intervalos de Crecimiento y Decrecimiento
  - Máximos y Mínimos de  $f$ .
  - Intervalos de Concavidad y Convexidad.
  - Puntos de cambio de convexidad.
4. CODELCO le encarga construir un estanque cilíndrico de volumen  $10 \text{ m}^3$ , sin tapa. El costo del material para la base es cinco veces el costo del que se usa para las paredes, que es  $p > 0$ . Calcule la altura  $h$  y el radio  $r$  que minimiza el costo de construcción del estanque. Encuentre la relación  $\frac{r}{h}$ , para  $h$  y  $r$  óptimos.