



Universidad de Chile  
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas  
Escuela de Verano 2010 - Matemáticas II  
Profesor: José Zamora P.  
Auxiliares: Rodrigo Chi, Rodrigo Orellana & César Vigouroux

## Enunciado Auxiliar 13 - 21/01/2010

1. Calcule el límite cuando  $h \rightarrow 0^+$  y cuando  $h \rightarrow 0^-$  de  $\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$  para las siguientes funciones:

- a)  $f(x) = |x|$  en  $x_0 = 0$
- b)  $f(x) = -x + 2$  en  $x_0 = 3$
- c)  $f(x) = x^2 + 3x + 5$  en  $x_0 = x_0$

2. Calcule

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x + h) - \sin(h)}{h}$$

Usando  $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right)$  y otros límites conocidos.

3. Calcule las siguientes derivadas mediante reglas de derivación:

- a)  $f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5$
- b)  $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{8x^2 + 1}$
- c)  $f(x) = x \sin x$
- d)  $f(x) = 3x + e^x$
- e)  $f(x) = x \ln x + x$

4. Sea  $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  definida por  $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ .

- a) Grafique  $f$
- b) Calcular  $f'(x)$
- c) Demostrar que la recta tangente en el punto  $(x_0, y_0)$  a la curva es perpendicular a la recta que pasa por el punto  $(x_0, y_0)$  y  $(0, 0)$ .