



Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Escuela de Verano 2010 - Matemáticas II
Profesor: José Zamora P.
Auxiliares: Rodrigo Chi, Rodrigo Orellana & César Vigouroux

Enunciado Auxiliar 8 - 14/01/2010

- Sean $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ y $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definidas por $f(n) = 2n + 1$ y $g(n) = n^2 + 1$
 - Determine si f y g son inyectivas, sobreyectivas o biyectivas.
 - Determinar $f \circ g$ y $g \circ f$
 - Calcule $(g \circ f)(A)$ con $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
- Sea la función $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow B \subseteq \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 + 6x + 11$. Determine A y B de modo que f sea biyectiva, luego, calcule f^{-1} .
- Sean $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ y $h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ funciones definidas en cada $x \in \mathbb{Z}$ como $f(x) = 1 - x$, $g(x) = -x - 1$ y $h(x) = x + 2$.
 - Verifique que f, g, h son invertibles (es decir, para cada una calcule $(f \circ f^{-1})$ y $(f^{-1} \circ f)$ y note que los dominios y recorridos son los apropiados (de un ejemplo de una función similar donde esto falle).
 - Pruebe que $h \circ g \circ f = g \circ f \circ h = id_{\mathbb{Z}}$
 - Deduzca que $f^{-1} \circ g^{-1} = h$
- Se cuenta con una cuerda de lado L , el objetivo de este problema será saber cual es el rectángulo de mayor área que puede cubrir la cuerda.
 - Halle la función $A(x)$ que representa el área en función de un lado del rectángulo.
 - Grafique la función.
 - Indique el punto donde la función obtiene su máximo valor (ie. punto donde su área es máxima).