



Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Escuela de Verano 2010 - Matemáticas II
Profesor: José Zamora P.
Auxiliares: Rodrigo Chi, Rodrigo Orellana & César Vigouroux

Enunciado Auxiliar 7 - 13/01/2010

1. Estudie la función $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ determinando dominio, recorrido, inyectividad y sobreyectividad.
2. Sea $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $h : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, determinar si son o no inyectivas.
 - a) $f(x) = mx + n$ con $m \neq 0$, $n \in \mathbb{Z}$
 - b) $g(x) = x^n$ con n un número par.
 - c) $h(x) = x^2 + x$ con $x \in \mathbb{R}^+$, ¿qué ocurre si $x \in \mathbb{R}$?
3. El objetivo de este problema es probar que una función definida por partes por funciones biyectivas no necesariamente es biyectiva, para ello considere los siguientes pasos:
 - a) Pruebe que la función $f(x) = 3 - 2x$ es biyectiva
 - b) Pruebe que la función $f(x) = \frac{x}{2} - 2$ es biyectiva
 - c) Definiendo la función $h(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \leq 2 \\ g(x) & \text{si } x > 2 \end{cases}$
Muestre que $h(x)$ definida de esta manera, a pesar de estar definida por funciones biyectivas, esta no lo es.