



Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Escuela de Verano 2010 - Matemáticas II
Profesor: José Zamora P.
Auxiliares: Rodrigo Chi, Rodrigo Orellana & César Vigouroux

Enunciado Auxiliar 6 - 12/01/2010

1. Calcule, sin usar inducción, las siguientes sumas:

a) $\sum_{i=0}^n i - i^2$

b) $\sum_{i=0}^n (i-1)^2 - i^2$

c) $\sum_{i=0}^n 2i - 1$

d) $\sum_{i=0}^n f\left(1 + \frac{1}{i}\right)$ con f una función que satisface: $f(x \cdot y) = f(x) + f(y)$ y $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$

2. El objetivo de este problema es determinar la siguiente suma: $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \sum_{k=0}^n k^2$

Para ello se proponen los siguientes pasos:

a) Demuestre, vía suma telescópica que: $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$

b) Desarrolle $\sum_{k=0}^n [(k+1)^3 - k^3]$ de dos formas distintas

c) En base a las partes anteriores, concluya que: $\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

3. Calcular $\sum_{i=n+1}^{2n} 2i$, mediante dos métodos distintos.

4. Dado que n es un entero positivo, determinar el valor de n que satisface la ecuación

$$\frac{n^3 - 3}{n^3} + \frac{n^3 - 4}{n^3} + \frac{n^3 - 5}{n^3} + \frac{n^3 - 6}{n^3} + \dots + \frac{5}{n^3} + \frac{4}{n^3} + \frac{3}{n^3} = 169.$$