Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Escuela de Verano 2010 - Matemáticas II
Profesor: José Zamora P.
Auxiliares: Franco Basso, Rodrigo Chi, Rodrigo Orellana & César Vigouroux

Enunciado Auxiliar 4 - 07/01/2010

1. Se define la operación **Diferencia Simétrica** entre los conjuntos A y B, la cual se nota como $A \triangle B$ del siguiente modo:

$$A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

El objetivo de este problema es demostrar que: $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (B \cap A)$, para ello se proponen los siguientes pasos:

a) Pruebe que $(A \setminus B) = (A \cap B^c)$

b) Pruebe que $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

c) Pruebe que $A \cup A^c = U$ donde U denota el conjunto universo.

d) Pruebe que $(A \cap B)^c = (A^c \cup B^c)$

e) Ocupando los pasos anteriores concluya lo deseado.

2. Sean A, B y C conjuntos, subconjuntos de un universo U. Pruebe que:

$$(A \cap B) \subseteq C \Rightarrow (A \cap C^c) \subseteq B^c$$

3. Sean $A, B, C \subseteq U$. Pruebe que:

a) $(A \triangle B) \cup (B \triangle C) = (A \cup B \cup C) \setminus (A \cap B \cap C)$

b) $A \triangle C \subseteq (A \triangle B) \cup (B \triangle C)$

4. **a)** Sean E,F conjuntos. Demuestre que

$$E = [(E \cup F) \setminus F] \cup (E \cap F)$$

b) Sean A,B subconjuntos de U (universo), demuestre que:

$$X \cup A = Y \cup A \wedge X \cap A = Y \cap A \Leftrightarrow X = Y$$

Indicacion: Use la parte a)

5. Sea $B \subseteq U$, demuestre que:

$$(\forall A \subseteq U)(A \cup B = A) \Rightarrow B = \emptyset$$

6. Sean A, B, C y D conjuntos, demuestre que:

$$(B \setminus A) \subseteq C \Rightarrow (D \setminus C) \subseteq (D \setminus B) \cup A$$

7. Sean A, B y C conjuntos, demuestre que:

   a) $A \triangle B = A \triangle C \Leftrightarrow B = C$

   b) $A \triangle B = C \Leftrightarrow B = A \triangle C$

8. Sean A, B subconjuntos de un universo U, y $\mathcal{P}(A)$ $\mathcal{P}(B)$ sus respectivos conjuntos potencia, demuestre que:

   a) $A = B \Leftrightarrow \mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B)$

   b) $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cup B) \Leftrightarrow (A \subseteq B \vee B \subseteq A)$