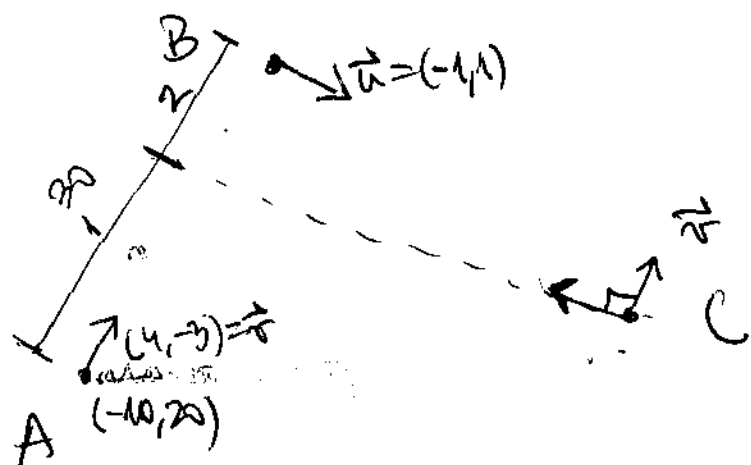
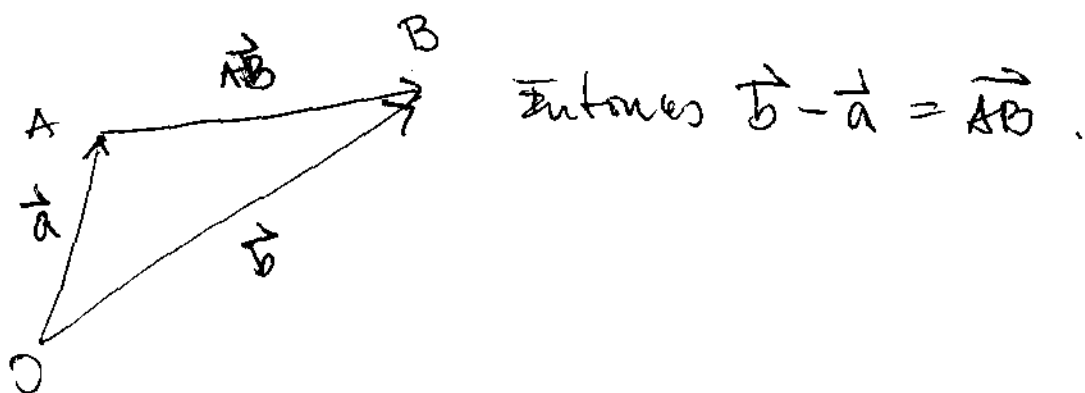


P11

8



(i) Sabemos que $\overrightarrow{AB} = \alpha \vec{r}$ y que $|\overrightarrow{AB}| = 30$.
Además sabemos que $\vec{a} = (-10, 20)$



Por lo tanto.

$$|\overrightarrow{AB}| = |\alpha \vec{r}| = \left| \alpha \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} 4\alpha \\ -3\alpha \end{pmatrix} \right| = \sqrt{16\alpha^2 + 9\alpha^2}$$

$$= \alpha \sqrt{25} = 5\alpha$$

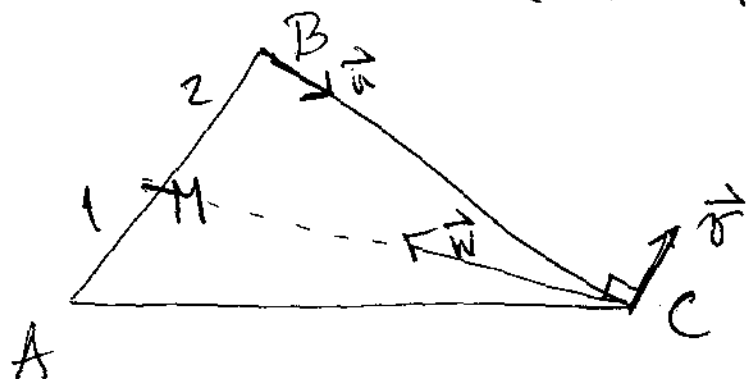
$$\text{y } |\overrightarrow{AB}| = 30 = 5\alpha \Rightarrow \alpha = 6.$$

$$\text{Así } \overrightarrow{AB} = \alpha \vec{r} = 6 \vec{r} = 6 \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ -18 \end{pmatrix}$$

Finalmente.

$$\vec{b} - \vec{a} = \overrightarrow{AB} \Rightarrow \vec{b} = \overrightarrow{AB} + \vec{a} = \begin{pmatrix} 24 \\ -18 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 2 \end{pmatrix} = \vec{b}$$

(ii) Notemos que $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ es perpendicular a $\vec{v}$. (2)



Así, para llegar a C tenemos dos caminos:

$$\vec{c} = \vec{a} + \frac{1}{3} \vec{AB} + \alpha \vec{w} \quad \text{y} \quad \vec{c} = \vec{b} + \beta \vec{v}$$

$$\Rightarrow \vec{c} = \begin{pmatrix} -10 \\ 20 \end{pmatrix} + \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 24 \\ -18 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 14 \\ 2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \vec{c} = \begin{pmatrix} -10 \\ 20 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 14 - \beta \\ 2 + \beta \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \vec{c} = \begin{pmatrix} -2 + 3\alpha \\ 14 + 4\alpha \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 14 - \beta \\ 2 + \beta \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l|l} -2 + 3\alpha = 14 - \beta & (1) \\ 14 + 4\alpha = 2 + \beta & (2) \end{array}$$

Resolvamos el sistema. Sumando (1) y (2).

$$12 + 7\alpha = 16 \Rightarrow \boxed{\alpha = 4/7}$$

Entonces,

$$\vec{c} = \underbrace{\begin{pmatrix} -10 \\ 20 \end{pmatrix}}_{\vec{a}} + \underbrace{\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 24 \\ -18 \end{pmatrix}}_{\vec{AB}} + \underbrace{\frac{4}{7} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}}_{\alpha \vec{w}} = \begin{pmatrix} -2 \\ 14 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12/7 \\ 16/7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2/7 \\ 82/7 \end{pmatrix} = \boxed{\frac{1}{7} \begin{pmatrix} -2 \\ 82 \end{pmatrix}} = \boxed{\vec{c}}$$

(3)

$$\begin{aligned}
 \text{(iii)} \quad d(A, C) &= \sqrt{(a_1 - c_1)^2 + (a_2 - c_2)^2} \\
 &= \sqrt{(-10 + 2/7)^2 + (20 - 82/7)^2} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{-70 + 2}{7}\right)^2 + \left(\frac{140 - 82}{7}\right)^2} \\
 &= \frac{1}{7} \sqrt{68^2 + 58^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iv)} \quad d(B, C) &= \sqrt{(b_1 - c_1)^2 + (b_2 - c_2)^2} \\
 &= \sqrt{(14 + 2/7)^2 + (2 - 82/7)^2} \\
 &= \frac{1}{7} \sqrt{(100)^2 + 68^2}
 \end{aligned}$$

Obs: (i) 1,0

(ii) 2,0

(iii) 1,5

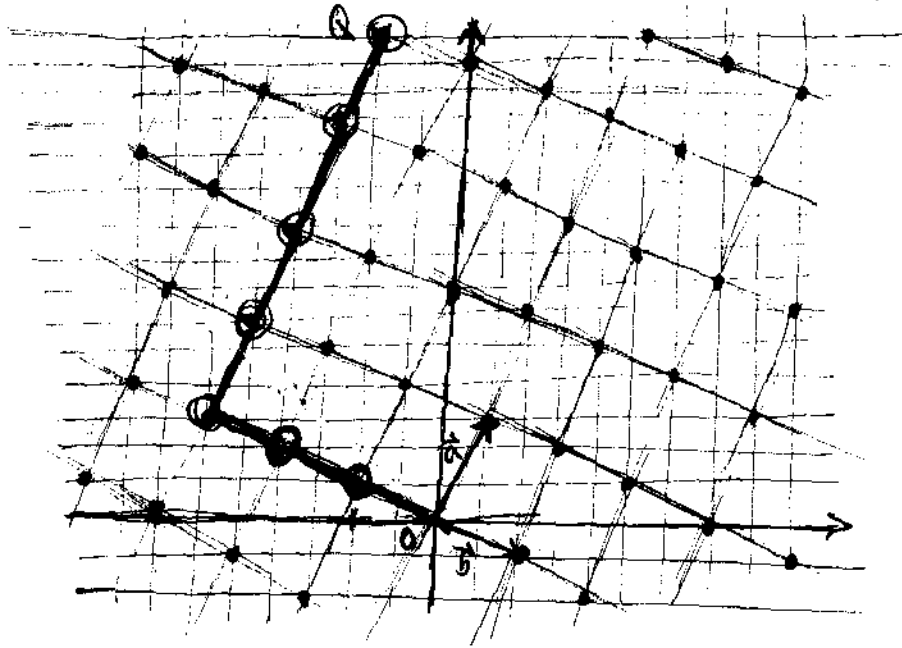
(iv) 4,5

} No penalizan si no llega a resultado final. Entregan 4,0 pts por saber definición de distancia y 0,5 por el remplazo correcto de las word. de cada pto.

P2]

1

(a) $\vec{a} = (1, 3)$, $\vec{b} = (2, -1)$, $Q = (-2, 15)$



(b) Trouver α, β tels que :

$$\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = \vec{q}, \text{ is de WR.}$$

$$\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha + 2\beta = -2 \\ 3\alpha - \beta = 15 \end{cases} \times 2.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha + 2\beta = -2 \\ 6\alpha - 2\beta = 30 \end{cases}$$

$$7\alpha = 28 \Rightarrow \boxed{\alpha = 4} \Rightarrow \boxed{\beta = -3}$$

(C) simplemente.

(2)

$$\vec{q} = 4\vec{a} - 3\vec{b}.$$

(d) Consideramos $P = (0,0)$. En este caso.
deberá pasar por la misma cantidad
de celdas que de ida: 7. (incluida la del origen).

Considerando $P = (x,y)$ cualquiera
debemos encontrar α y β de modo que.

$$\vec{q} + \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Así, el n° total de celdas recorridas será $\alpha + \beta$:

$$(4\vec{a} - 3\vec{b} + \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

$$\Leftrightarrow (4+\alpha)\vec{a} + (\beta-3)\vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

(e) El vector de desplazamiento desde 0 a Q será

$$\begin{aligned} \vec{q} &= 4\vec{a} - 3\vec{b} = 4 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4 - 6 \\ 12 + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 15 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

El vector de desplazamiento desde Q a $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ cualquiera
será $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \vec{q} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+2 \\ y-15 \end{pmatrix}.$

obs: En (d) y (e), en el caso de P. quién es
evaluar entender el concepto más que
el hecho de llegar al resultado final correcto.
En ejemplo, entender que el n° total de
celdas es $x + p$ merece el puntaje completo
o que el desplazamiento entre Q y P
se obtiene con

$\vec{P} - \vec{Q}$
merece todo el puntaje.

(a) 1,0

(b) 2,0

(c) 1,0

(d) 1,0

(e) 1,0.

