

Pauta Ejercicio 3 Matemáticas I 2010

Profesor: Felipe Célery

Auxiliar: Andrea Vidal

Problema 1

$$\begin{aligned} & 3A+6B+\frac{1}{3}C= \\ &= 3 \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + 6 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -6 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{10}{3} & 0 \\ 0 & \frac{10}{3} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Problema 2

a)

Tenemos que:

$$(A+B)^2 = (A+B)(A+B)$$

Aplicando distributividad tenemos lo siguiente:

$$(A+B)(A+B) = A^2 + AB + BA + B^2$$

Como la multiplicación de matrices NO es conmutativa no podemos juntar los términos AB y BA, por lo tanto nos queda que:

$$(A+B)^2 = A^2 + AB + BA + B^2$$

b)

Calculamos por separado $(A+B)^2$ y $A^2 + B^2$.

$$\bullet (A+B)^2$$

$$(A+B) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$$

Por lo tanto

$$(A+B)^2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\bullet A^2 + B^2$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B^2 = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Por tanto

$$A^2 + B^2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Entonces podemos concluir que $(A + B)^2 = A^2 + B^2$

Problema 3

Debemos determinar la matriz B, a partir de : $AB=I$, por tanto debemos quitar la matriz A del lado izquierdo ya que molesta, por tanto multiplicamos por la inversa de A.

$$AB = I \quad / A^{-1} \cdot$$

$$\underbrace{A^{-1}A}_I B = \underbrace{A^{-1}I}_{A^{-1}}$$

Entonces tenemos que :

$$\underbrace{IB}_B = A^{-1}$$

Por lo tanto

$$B = A^{-1}$$

Entonces calculemos A^{-1} , para ello calculemos primero el determinante.

$$\det(A) = 1 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = -2$$

Por tanto

$$A^{-1} = \frac{-1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$