
ESCUELA DE VERANO - MATEMÁTICAS I - 2007

Profesores: Eduardo MORENO, Pedro GAJARDO, Jaime GONZÁLEZ, Jorge SAN MARTÍN

Control #3

Problema 1. En este problema, diremos que una matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ es de suma cero si cumple $a + b + c + d = 0$.

1. Compruebe que si A y B son matrices de suma cero entonces $A + B$ y λA también lo son.
2. Encuentre λ de modo que la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ sea de suma cero.
3. Encuentre todas las matrices de suma cero que además son diagonales y tienen determinante igual a -1. ¿Cuales son las inversas de estas matrices?
4. Encuentre α, β y γ de modo que las matrices $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & \alpha \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \gamma \end{pmatrix}$ y su producto sean de suma cero

Problema 2. Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} 2x + 6y + 8z &= 4 \\ 4x + 3y + 3z &= 8 \\ x + y + z &= 3 \end{aligned}$$

1. (1pto) Escriba el sistema en forma matricial como $Ax = B$.
2. (2pto) Usando el "método de Gauss" transforme el sistema en uno triangular superior y resuelva el sistema usando sustituciones hacia atrás.
3. (2pto) Usando el "método de Gauss" calcule la matriz inversa de A (A^{-1}).
4. (1pto) Usando la matriz inversa A^{-1} , recalculé la solución del sistema anterior (debería dar el mismo resultado) y encuentre la solución del siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} 2x + 6y + 8z &= 2 \\ 4x + 3y + 3z &= 1 \\ x + y + z &= 1 \end{aligned}$$

Tiempo: 2,5 horas.