

---

ESCUELA DE VERANO - MATEMÁTICAS I

---

Profesores: Jaime GONZÁLEZ, Pedro GAJARDO  
Axel OSSES, Jorge SAN MARTÍN

**Control #2 : Geometría Analítica**

**Problema 1**

Considere la recta  $L_1$  de ecuación  $y = x$  y el punto  $P = (1, 3)$ .

- (a) Encuentre la ecuación de la recta  $L_2$  que pasa por  $P$  y es perpendicular a  $L_1$ . Grafique.
- (b) Encuentre el punto  $Q$ , intersección de  $L_1$  y  $L_2$ . Grafique.
- (c) Encuentre el punto  $R$  del eje  $OX$  que se encuentra en la vertical que pasa por  $P$ . Grafique.
- (d) Si  $N$  y  $M$  son los puntos medios de los trazos  $OP$  y  $RQ$  respectivamente, verifique que las rectas  $LMN$  y  $LQR$  son perpendiculares. Grafique.

**Problema 2**

Considere la curva de ecuación  $\frac{x^2 + 9 + y^2}{x^2 - 10} = 10x$  y los puntos  $A = (3, 0)$  y  $B = (-3, 0)$ .

- (a) Completando los cuadrados perfectos identifique totalmente esta curva. Haga un gráfico simple que incluya la curva y los dos puntos.
- (b) Verifique que si  $P = (x, y)$  es un punto cualquiera de la curva, entonces  $|\vec{AP}| = 2\sqrt{x}$ .  
(Indicación: use la ecuación de la curva).  $\frac{1}{2}(x+2)^2$   $2 \cdot \frac{1}{4} = 2$
- (c) Verifique que  $|\vec{BP}| = 2|\vec{AP}|$ .

**Problema 3**

Considere la parábola de ecuación  $4y = x^2 - 2x + 4$

- (a) Completando el cuadrado perfecto, escriba la parábola en la forma  $4h(y - y_0) = (x - x_0)^2$ , indicando los valores de las constantes  $x_0, y_0$  y  $h$ .
- (b) Indique las coordenadas del vértice, del foco y la ecuación de la directriz de esta parábola.
- (c) Escriba la ecuación cuadrática que permite encontrar las coordenadas  $x$  de la intersección de la parábola con la recta  $y = mx$ .  
(Indicación: Esta ecuación es de la forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , donde una de las constantes queda en términos de  $m$ )
- (d) Calcule los valores de  $m$  para los cuales el discriminante  $\Delta = b^2 - 4ac$  de la ecuación anterior es cero. Para estos valores de  $m$  grafique las rectas resultantes.