Resumen Control 4 - Matemática II
Escuela de Verano, Universidad de Chile

27 de Enero 2009

Profesor Cátedra: José Zamora
Profesores Auxiliares: Rodrigo Chi - Francisco Unda - Matías Godoy

Límites

Diremos que $f(x)$ tiende a L cuando a medida que nos acerquemos con valores cercanos a x_0 tanto por la derecha (x_0^+) e izquierda (x_0^-), los valores de $f(x)$ se acercan tanto como uno quiera a L . De esa forma, llamaremos L el límite de la función cuando $x \rightarrow x_0$.

Notación: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$

Muy importante : $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$. ¡No necesariamente los límites laterales deben ser iguales! .

Derivadas

La derivada, para efectos prácticos, es la pendiente de la tangente a una curva en un punto x_0 . La definición de derivada es:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Si se quiere saber cuál es la pendiente que pasa por $x = x_0$ solo basta reemplazar y calcular el límite.

Algunas derivadas conocidas:

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\ln(x))' = \frac{1}{x}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\sin(x))' = \cos(x)$$

$$(\cos(x))' = -\sin(x)$$

Álgebra de Derivadas:

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$$

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Máximos y Mínimos

Para hallar los máximos o mínimos de las funciones debe considerarse la primera y segunda derivada de una función.

Sea f la función que deseamos hallarle sus máximos (o sus mínimos), los "candidatos" a máximos (mínimos) serán las soluciones de $f'(x) = 0$, para ver si es máximo o mínimo debemos revisar la segunda derivada. Sea $\bar{x}$ posible máximo o mínimo.

$\bar{x}$ es máximo si $f''(\bar{x}) < 0$, mínimo si $f''(\bar{x}) > 0$ o si $f''(\bar{x}) = 0$ sólo se presenta cambio de concavidad y no es ni máximo ni mínimo.

Análisis de Funciones

Si $f'(x) > 0$ la función es creciente.

Si $f'(x) < 0$ la función es decreciente.

Si $f''(x) < 0$ la función es concava (triste = ().

Si $f''(x) > 0$ la función es convexa (feliz =)).

Mucha suerte en su último control!