

Enunciado Auxiliar 3 - Matemática II
Escuela de Verano, Universidad de Chile

08 de Enero 2009

Profesor Cátedra: José Zamora
Profesores Auxiliares: Rodrigo Chi - Francisco Unda - Matías Godoy

Pregunta 1. *Algunas propiedades de conjuntos*

Sean A, B y C conjuntos. Probar las siguientes proposiciones:

- a) Para cualquier conjunto A , $A \subseteq A$
- b) Para conjuntos A, B y C cualquiera. $[(A \subseteq B) \wedge (B \subseteq C)] \Rightarrow A \subseteq C$
- c) Para cualquier conjunto A , $\emptyset \subseteq A$

Pregunta 2. *Diferencia Simétrica two* Se define la operación **Diferencia Simétrica** entre los conjuntos A y B , la cual se nota como $A\Delta B$ del siguiente modo:

$$A\Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

El objetivo de este problema es demostrar que: $A\Delta B = (A \cup B) \setminus (B \cap A)$, para ello se proponen los siguientes pasos:

- a) Pruebe que $(A \setminus B) = (A \cap B^c)$
- b) Pruebe que $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- c) Pruebe que $A \cup A^c = U$ donde U denota el conjunto universo.
- d) Pruebe que $(A \cap B)^c = (A^c \cup B^c)$
- e) Ocupando los pasos anteriores concluya lo deseado.

Pregunta 3. Sean A, B y C conjuntos, subconjuntos de un universo U . Pruebe que:

$$(A \cap B) \subseteq C \Rightarrow (A \cap C^c) \subseteq B^c$$

Pregunta 4. Sean $A, B, C \subseteq U$. Pruebe que:

- a) $(A\Delta B) \cup (B\Delta C) = (A \cup B \cup C) \setminus (A \cap B \cap C)$
- b) $A\Delta C \subseteq (A\Delta B) \cup (B\Delta C)$

Pregunta 5.

- a) Sean E, F conjuntos. Demuestre que

$$E = [(E \cup F) \setminus F] \cup (E \cap F)$$

- b) Sean A, B subconjuntos de U (universo), demuestre que:

$$X \cup A = Y \cup A \wedge X \cap A = Y \cap A \Leftrightarrow X = Y$$

Indicacion: Use la parte a)

Pregunta 6. Sea $B \subseteq U$, demuestre que:

$$(\forall A \subseteq U)(A \cup B = A) \Rightarrow B = \emptyset$$

Pregunta 7. Sean A, B, C y D conjuntos, demuestre que:

$$(B \setminus A) \subseteq C \Rightarrow (D \setminus C) \subseteq (D \setminus B) \cup A$$

Pregunta 8. Sean A, B y C conjuntos, demuestre que:

- a) $A \Delta B = A \Delta C \Leftrightarrow B = C$
- b) $A \Delta B = C \Leftrightarrow B = A \Delta C$