Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Escuela de Verano 2008
Matemáticas II

Control 2

María Angélica Vega, Leonardo Sánchez
Raúl Uribe, Pierre Paul Romagnoli.

Problema 1. Sean

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \quad , \quad g:\mathbb{R}-\{2\}\to\mathbb{R}$$
$$x\mapsto f(x)=x^2-4x+8 \quad , \quad x\mapsto g(x)=\frac{1}{x-2}$$

y la función escalonada unitaria $U:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tal que:

$$U(x)=\begin{cases}1 & \text{si } x\geq 0,\\ 0 & \text{si } x<0.\end{cases}$$

i) Grafique la función f y explique sus pasos.
ii) Determine $(f\circ U)(x)$ y grafique.
iii) Determine $(f\circ g)(x)$ reduciendo al máximo la expresión de $(f\circ g)(x)$.

Problema 2. Dada la función

$$f:A\subseteq\mathbb{R}\to B\subseteq\mathbb{R}$$
$$x\mapsto f(x)=\sqrt{x^2-9}$$

i) Determine el máximo conjunto A donde f es función y el conjunto B de modo que f sea biyectiva.
ii) Determine la función inversa de f.
iii) Grafique ambas funciones.

Problema 3. Considere las funciones f y g definidas por:

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \quad , \quad g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$$
$$x\mapsto f(x)=\frac{3^x-3^{-x}}{2} \quad , \quad x\mapsto g(x)=\frac{3^x+3^{-x}}{2}$$

i) Haga un estudio para determinar si alguna de las funciones (f y g) es par o impar .

Nota: Recuerde que una función es par si $f(-x)=f(x)$ y es impar si $f(-x)=-f(x)$, con x en el dominio de f.

ii) Encuentre la inversa de f y justifique por qué f^{-1} está bien definida.

Indicación: Le podría ser útil definir la variable auxiliar $z=3^x$.

iii) Demuestre que $\forall x\in\mathbb{R}$,
$$(g(x))^2-(f(x))^2=1$$