Primero ordenamos a los residentes según su edad: el residente número 1 será el de mayor edad y el número 123 el menor. Llamamos s_i a la edad del residente número i. Se tiene que:

$$s_1 \geq s_2 \geq s_3 \ldots \geq s_{123} \tag{I}$$

Lo que debemos demostrar es:

$$s_1 + s_2 + \ldots + s_{123} = 3813 \quad \Rightarrow \quad s_1 + s_2 + \ldots + s_{100} \geq 3100 \tag{II}$$

Lo demostraremos por contradicción.

Supongamos que $s_1 + s_2 + \ldots + s_{100} < 3100$

Como s_{100} es menor (o igual) que s_i cuando i es menor que 100, se tiene que:

$$100 \cdot s_{100} < s_1 + s_2 + \ldots + s_{100} < 3100 \tag{III}$$

Por lo tanto:

$$s_{100} < 31 \tag{IV}$$

Por otro lado, como la suma de todas las edades es 3813 y las primeras 100 son menores a 3100, se tiene que:

$$s_{101} + \ldots s_{123} > 713 \tag{V}$$

Dado que s_{100} es mayor o igual a s_i cuando i es mayor que 100, entonces:

$$23 \cdot s_{100} \geq s_{101} + \ldots s_{123} > 713 \tag{VI}$$

Luego:

$$s_{100} > \frac{713}{23} = 31 \tag{VII}$$

Gracias a IV y VII se llega a la contradicción.

¡Saludos!