

Control #4 - Programación Lineal

Solución:

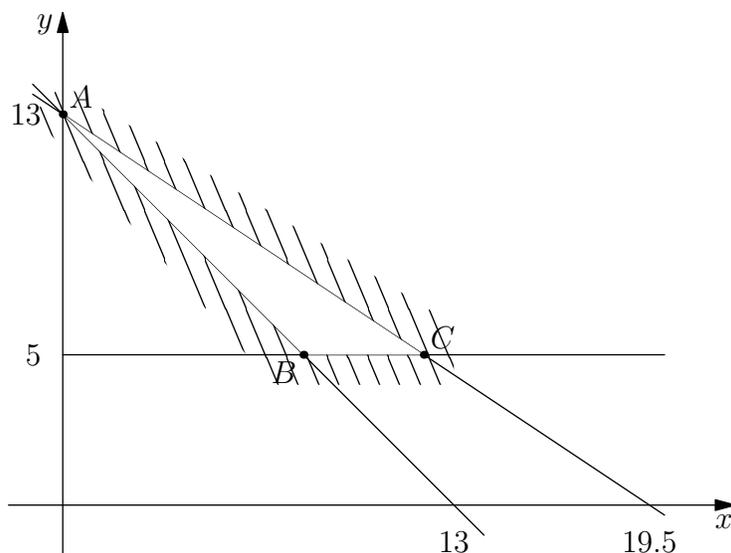
a) Tenemos que:

$$\begin{aligned} x + y &\geq 13 \\ 2x + 3y &\leq 39 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 5 \end{aligned}$$

Si reescribimos el sistema de inecuaciones:

$$\begin{aligned} y &\geq -x + 13 \\ y &\leq -\frac{2}{3}x + 13 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 5 \end{aligned}$$

Graficamos el sistema de inecuaciones:



Donde $A = (0, 13)$, $B = (8, 5)$ y $C = (12, 5)$.

b) Además se tiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{max} \quad & 88 - x - 2y \\ \mathbf{s.a.} \quad & x + y \geq 13 \\ & 2x + 3y \leq 39 \\ & x \geq 0 \\ & y \geq 0 \end{aligned}$$

Desarrollando la función objetivo $\mathcal{F}_o = w = 88 - x - 2y$, se tiene:

$$\begin{aligned} w &= 88 - x - 2y \\ 2y &= 88 - x - w \\ y &= -\frac{x}{2} + \left(\frac{88 - w}{2}\right) \end{aligned}$$

Entonces nuestro vector gradiente es $\nabla = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$. Si evaluamos w en $A = (0, 13)$, $B = (8, 5)$ y $C = (12, 5)$ obtenemos:

$$w = 88 - 0 - 26 = 62 \quad (w \text{ evaluado en } A)$$

$$w = 88 - 8 - 10 = 70 \quad (w \text{ evaluado en } B)$$

$$w = 88 - 12 - 10 = 66 \quad (w \text{ evaluado en } C)$$

c) Ahora bien, tenemos que:

- $z \geq 5$ (mínimo 5 cajas tipo 3)
- $y \geq 5$ (mínimo 5 cajas tipo 2)
- $x \geq 0$ (no se llevan cantidades negativas de cajas)
- $2x + 3y + z \leq 44$ (volumen total de las cajas menor o igual que la capacidad del camión)
- $200x + 400y + 200z \leq 6200 \Rightarrow x + 2y + z \leq 31$ (peso de las cajas menor que el límite de peso a transportar)

Y nuestra función de beneficio o nuestra función objetivo es:

$$\mathcal{F}_o = 3x + 4y + 2z$$

d) Si se logra llenar completamente el volumen del camión significa que $2x + 3y + z = 44$ donde la desigualdad se hace igualdad y si despejamos z obtenemos $z = -2x - 3y + 44$. Así se forma el sistema:

$$\begin{aligned} -2x - 3y + 44 &\geq 5 \Rightarrow 2x + 3y \leq 39 \\ y &\geq 5 \\ x &\geq 0 \\ x + 2y - 2x - 3y + 44 &\leq 31 \Rightarrow x + y \geq 13 \end{aligned}$$

Y nuestra función objetivo es $\mathcal{F}_o = 3x + 4y - 4x + 6y + 88 = -x - 2y + 88$

Como el Señor Martínez necesita maximizar sus ganancias, buscamos el punto de máximo al evaluar la función objetivo como en la parte b), entonces vemos que el máximo está en $(8, 5)$ pues $70 > 66 > 62$. Esto significa que para maximizar la ganancia el Señor Martínez debe llenar el camión con 8 cajas del tipo 1, 5 cajas del tipo 2 y 13 cajas del tipo 3. Encontrando lo pedido.