Profesores: Adriana PIAZZA, Juan PEYPOUQUET,
Axel OSSES, Felipe CÉLÈRY

Pauta Ejercicio # 1 : Rectas y Circunferencias

Problema 1.- Sean $A = (0, 0)$ y $B = (5, 0)$ y $h = 4$. Encuentre el triángulo cuya altura, correspondiente al lado AB , mide h y su tercer vértice (C) se encuentra sobre la recta L de ecuación

$$L : x + 3y - 7 = 0.$$

Calcule además el perímetro del triángulo.

Sol: Como necesitamos que la altura que se levanta en AB mida $h = 4$, entonces buscamos C como el punto de intersección entre L y la recta $y = 4$ (1 pto). Esto es resolver el sistema

$$\begin{aligned}x + 3y - 7 &= 0 \\y &= 4\end{aligned}$$

$$\Rightarrow x + 12 - 7 = 0 \Rightarrow x = -5.$$

Así, $C = (-5, 4)$ (2 ptos).

Para calcular el perímetro del triángulo debemos medir los lados:

$$\begin{aligned}d(A, B) &= 5 \quad (\text{directo, 1 pto}) \\d(B, C) &= \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} \\&= \sqrt{(5 - (-5))^2 + (0 - 4)^2} \\&= \sqrt{100 + 16} \\&= \sqrt{116} \quad (1 \text{ pto}) \\d(C, A) &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\&= \sqrt{(-5 - 0)^2 + (4 - 0)^2} \\&= \sqrt{25 + 16} \\&= \sqrt{41} \quad (1 \text{ pto})\end{aligned}$$

Entonces, el perímetro del triángulo es $P = \sqrt{116} + \sqrt{41} + 5$.

□

Problema 2.- Averigüe si las siguientes ecuaciones describen una circunferencia o no. En caso afirmativo encuentre su centro y radio.

- (1) $x^2 + (y + 6)^2 - 3 = 0$.
- (2) $x^2 + y^2 - 2x + y + 2 = 0$.
- (3) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 9 = 0$.

Sol:

(1) Escribámosla de la forma general:

$$x^2 + (y + 6)^2 = 3.$$

Así, el centro es $(x_0, y_0) = (0, -6)$ (0,5 ptos) y el radio es $R = \sqrt{3}$. (0,5 ptos)

(2) Notemos que

$$\begin{aligned} A^2 + B^2 - 4C &= (-2)^2 + 1^2 - 4(2) \\ &= 4 + 1 - 8 \\ &= -3 \leq 0 \text{ (1 pto)} \end{aligned}$$

Por lo tanto, esta ecuación no corresponde a una circunferencia.

(3) Acá, en cambio

$$A^2 + B^2 - 4C = 2^2 + (-6)^2 - 4(9) = 4 + 36 - 36 = 4 \geq 0 \text{ (0,5 ptos)}$$

Por lo tanto, es una circunferencia. Completamos cuadrados:

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 6y + (-3)^2 + 9 - 1 - 9 = 0 \text{ (1 pto)}$$

Ahora, esto es equivalente a

$$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 1 \text{ (1 pto)}$$

Luego, el centro es $(-1, 3)$ (1 pto) y el radio es 1 (0,5 ptos).

□

Tiempo: 1h30