

13. Hallar las ecuaciones de las tangentes a la elipse $x^2 + 4y^2 = 100$ paralelas a la recta $3x + 8y = 7$.

La pendiente de la recta dada es $-3/8$. Luego las ecuaciones pedidas son de la forma $y = -\frac{3}{8}x + k$, siendo k una constante a determinar.

Resolviendo el sistema formado por esta ecuación y la correspondiente de la elipse e imponiendo la condición de que las raíces sean iguales, se deduce el valor de k . Así, pues,

$$x^2 + 4\left(-\frac{3}{8}x + k\right)^2 - 100 = 0, \text{ o bien, } 25x^2 - 48kx + (64k^2 - 1.600) = 0.$$

Para que las raíces sean iguales, el discriminante ha de ser cero, o sea, $(-48k)^2 - 4(25)(64k^2 - 1.600) = 0$.

Resolviendo, $16k^2 = 625$, $k = \pm \frac{25}{4}$. Luego las ecuaciones pedidas son $y = -\frac{3}{8}x \pm \frac{25}{4}$, o bien, $3x + 8y \pm 50 = 0$.

