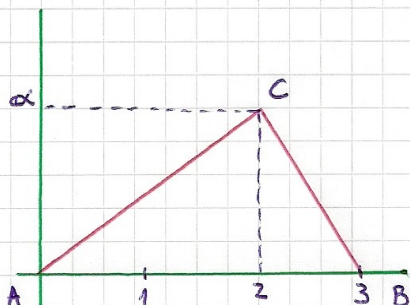


Ejercicio #2 - Matemática I - 2008

PI Considere el Δ de vértices $A = (0,0)$ $B = (3,0)$ $\alpha > 0$
 $C = (2,\alpha)$



(1) Determine el valor de α de manera que el Δ sea rectángulo.

$\Rightarrow$ Uno de sus vértices tiene un ángulo de 90°

Si decimos que el ángulo recto está en el vértice C , entonces los segmentos AC y CB deben ser perpendiculares, es decir;

$$\vec{AC} \cdot \vec{CB} = 0 \quad (*)$$

Por resta de vectores $\vec{AC} = \vec{OC} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} 2 \\ \alpha \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ \alpha \end{pmatrix} = \vec{AC}$

$$\vec{CB} = \vec{OB} - \vec{OC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\alpha \end{pmatrix} = \vec{CB}$$

Desarrollando el producto punto;

$$\vec{AC} \cdot \vec{CB} = \begin{pmatrix} 2 \\ \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -\alpha \end{pmatrix} = 2 \cdot 1 + \alpha \cdot (-\alpha) \\ = 2 - \alpha^2$$

Usando (*) $2 - \alpha^2 = 0 \Rightarrow \alpha = \pm\sqrt{2}$
 $\alpha^2 = 2$

Pero $\alpha > 0$ es una condición del problema por lo que $\alpha = \sqrt{2}$

(2) Escriba las ecuaciones vectoriales de los lados del triángulo.

Ec. vectorial de la recta : $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}}_{\text{Punto fijo}} + \lambda \underbrace{\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}}_{\text{vector director}}$
(caso genérico)

Según esto:

Para el lado $\overline{AC}$ Pto fijo : $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ (también podría ser $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$)

vector director : $\vec{AC} = \vec{OC} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Luego la ecuación $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\boxed{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}}$ Recta lado $\overline{AC}$

Para el lado $\overline{BC}$ Pto fijo : $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

vector director : $\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

La ecuación : $\boxed{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}}$ Recta lado $\overline{BC}$

Para el lado $\overline{AB}$ Pto fijo : $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

vector director : $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

La ecuación $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\boxed{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}}$ Recta lado $\overline{AB}$

Estas ecuaciones pueden variar, dependiendo del punto fijo elegido y el sentido del vector director.

Notar que aunque varíen las ecuaciones en una sola recta, los vectores directores no siempre son paralelos.

(3) Escriba la ecuación de la recta que pasa por el vértice B y es paralela al segmento $\overrightarrow{AC}$

Si la ecuación de la recta es paralela al segmento $\overrightarrow{AC}$, significa que su vector director puede ser el mismo vector $\overrightarrow{AC}$ o un ponderado de este.

Tengo un punto fijo, y este es $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\text{Un vector director } \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 2 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Luego la ecuación vectorial de la recta:

$$\boxed{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}}$$

Pasa por B
y es $\parallel$ a $\overrightarrow{AC}$