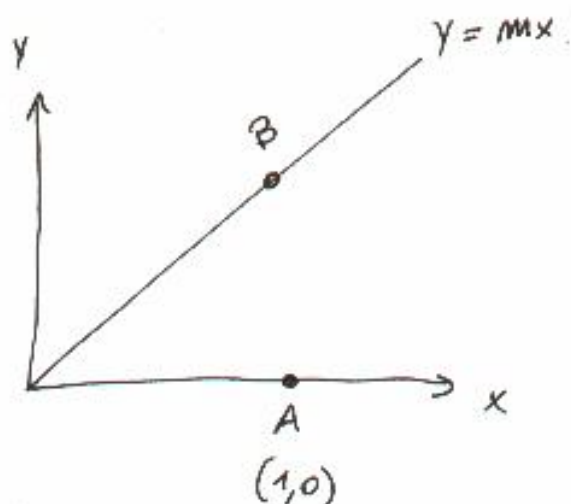


PROBLEMA 2

1



- i) ENCONTRAR EL PUNTO B UBICADO SOBRE LA RECTA L DE MODO QUE TENGA DISTANCIA AL ORIGEN IGUAL A 1.

R.: TOMEMOS $B = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

COMO B PERTENECE A LA RECTA $L: y = mx$

$$B = \begin{pmatrix} x \\ mx \end{pmatrix}$$

USANDO QUE $\|\vec{OB}\| = 1$

$$\|\vec{OB}\|^2 = \begin{pmatrix} x \\ mx \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ mx \end{pmatrix} = x^2 + m^2 x^2$$

$$\|\vec{OB}\|^2 = x^2(1+m^2)$$

$$1^2 = x^2(1+m^2)$$

$$x^2 = \frac{1}{1+m^2}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{1+m^2}}$$

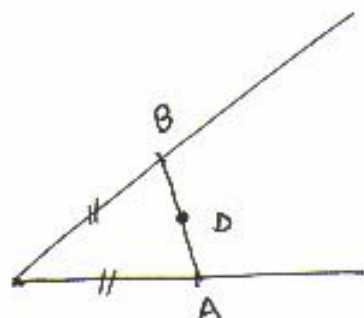
$$y = \frac{m}{\sqrt{1+m^2}}$$

SEA $a = \frac{1}{\sqrt{m^2+1}}$

SE OBTIENE : $B = \begin{pmatrix} a \\ ma \end{pmatrix}$

ii) VERIFIQUE QUE $\vec{OA} + \vec{OB}$ ES DIRECTRIZ DE LA BISECTRIZ DEL ANGULO $\angle BOA$.

R.: COMO $\|\vec{OB}\| = \|\vec{OA}\| = 1$; AL FORMAR EL TRIANGULO $\triangle AOB$ SE OBTIENE QUE ESTE ES ISOSCELES



POR LO QUE SI TRAZO EL VECTOR $\vec{AB}$, UBICO EL PUNTO MEDIO ($\vec{D}$) Y TRAZO UNA RECTA QUE PASE POR O Y D OBTENDRE LA DIRECTRIZ DE LA RECTA BISECTRIZ

$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = \begin{pmatrix} a \\ ma \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-1 \\ ma \end{pmatrix}$$

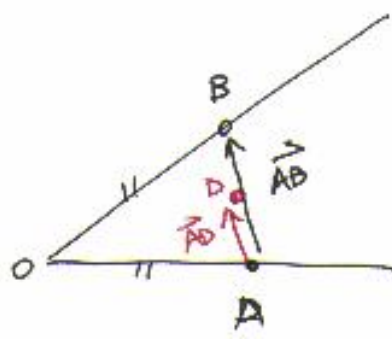
$$\vec{AD} = \frac{\vec{AB}}{2} = \begin{pmatrix} \frac{a-1}{2} \\ \frac{ma}{2} \end{pmatrix}$$

como $\vec{AD} = \vec{OD} - \vec{OA}$

$$\vec{OD} = \vec{AD} + \vec{OA}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{a-1}{2} \\ \frac{ma}{2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{OD} = \begin{pmatrix} \frac{a+1}{2} \\ \frac{ma}{2} \end{pmatrix}$$



→ TRAZA LA RECTA ENTRE O Y D.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a+1}{2} \\ \frac{ma}{2} \end{pmatrix} \cdot \lambda + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

↓
VECTOR DIRECTOR;
ESTABLECE LA DIRECCIÓN
DE LA RECTA ($\vec{OD}$)

VECTOR POSICIÓN;
PUNTO POR EL
CUAL PASA LA
RECTA
(PODRÍA HABERSE
USADO $\vec{D}$ SIN
PROBLEMAS)

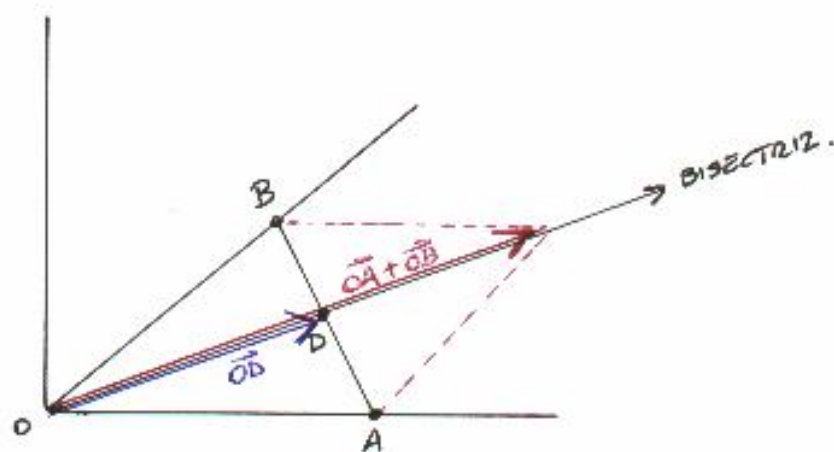
∴ EL VECTOR DIRECTOR ES $\vec{d} = \begin{pmatrix} \frac{a+1}{2} \\ \frac{ma}{2} \end{pmatrix}$

AHORA ENCONTRAMOS $\vec{OA} + \vec{OB}$

(4)

$$\vec{OA} + \vec{OB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ ma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+1 \\ ma \end{pmatrix}$$

AHORA, PARA QUE $\vec{OA} + \vec{OB}$ SEA DIRECTOR DE LA RECTA BISECTRIZ ESTE DEBE SER PARALELO AL DIRECTOR ENCONTRADO; GRAFICAMENTE PODEMOS OBSERVAR LO QUE SUCEDE:



SE OBSERVA QUE LOS VECTORES POSEEN IGUAL DIRECCIÓN PERO DIFERENTE MÓDULO (O TAMAÑO).

VERIFICAMOS SI $\vec{OD} \parallel \vec{OA} + \vec{OB}$

$$\vec{OD} = \alpha (\vec{OA} + \vec{OB}) \quad // \text{CONDICIÓN DE PARALELISMO ENTRE VECTORES} //$$

$$\begin{pmatrix} \frac{a+1}{2} \\ \frac{ma}{2} \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} a+1 \\ ma \end{pmatrix}$$

DE LA PRIMERA ECUACIÓN:

$$\frac{a+1}{2} = \alpha (a+1)$$

$$\frac{(a+1)}{2} \cdot \frac{1}{(a+1)} = \alpha$$

$$\boxed{\alpha = \frac{1}{2}}$$

AHORA, SI AL RESOLVER LA SEGUNDA ECUACIÓN SE OBTIENE EL MISMO VALOR $\Rightarrow$ PORQUE EFECTIVAMENTE SON PARALELOS:

$$\frac{ma}{2} = \alpha ma$$

$$\frac{ma}{2} \cdot \frac{1}{ma} = \alpha$$

$$\boxed{\alpha = \frac{1}{2}}$$



$\vec{OD} \Rightarrow$ PARALELO A $\vec{OA} + \vec{OB}$

FINALMENTE, COMO SE ESTABLECIÓ QUE $\vec{OD} \parallel$ A $\vec{OA} + \vec{OB}$; Y AMBOS TIENEN UN PUNTO EN COMÚN (O), EL VECTOR $\vec{OA} + \vec{OB}$ PUEDE SER VECTOR DIRECTOR DE LA BISECTRIZ. $\parallel$