

P7 $A = (1, 1)$; $B = (7, -2)$; $C = (6, 5)$; $D = (3, 6)$

1. E pto medio de $\overline{AB}$.

$$E = \left(\frac{1+7}{2}, \frac{1-2}{2} \right) = \left(4, -\frac{1}{2} \right)$$

0.8 pts

2. F pto medio de $\overline{BD}$

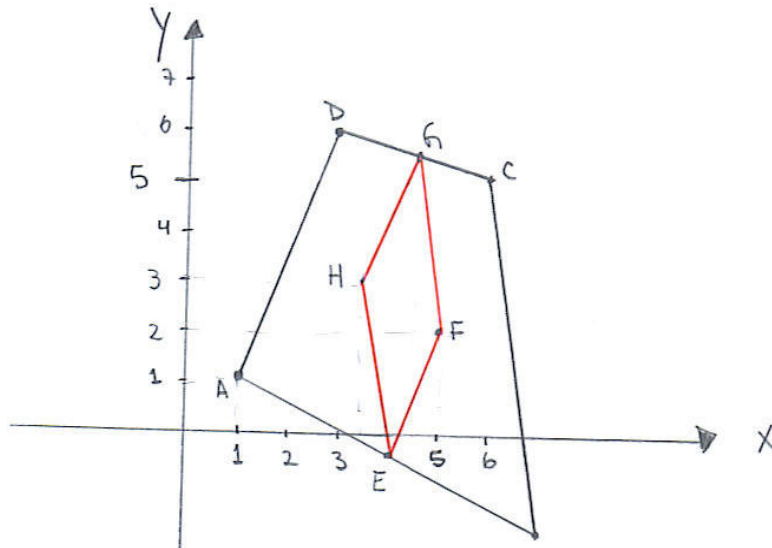
$$F = \left(\frac{3+7}{2}, \frac{6-2}{2} \right) \Rightarrow F = \left(5, 2 \right)$$

0.8 pts

3. G pto medio de $\overline{CD} \Rightarrow G = \left(\frac{9}{2}, \frac{11}{2} \right)$ 0.8 pts

4. H pto medio de $\overline{AC} \Rightarrow H = \left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2} \right)$ 0.8 pts.

5.



1.8 pts

6. Comprobar que $\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{EF}$ y $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{FG}$.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{HG} &= \vec{g} - \vec{h} = \begin{pmatrix} 9/2 \\ 11/2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7/2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5/2 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{EF} &= \vec{f} - \vec{e} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ -1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5/2 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{HG} = \overrightarrow{EF} \quad // \quad \underline{\underline{0.5}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{EH} &= \vec{h} - \vec{e} = \begin{pmatrix} 7/2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ -1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 7/2 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{FG} &= \vec{g} - \vec{f} = \begin{pmatrix} 9/2 \\ 11/2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 7/2 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{FG} \quad \underline{\underline{0.5}}\end{aligned}$$

7. Dado que EFGH es un cuadrilátero formado por 2 pares de vectores iguales, que en particular son paralelos, entonces EFGH es un paralelogramo.

P12

$$(i) \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = 1 \cdot 2 + 3 \cdot (-3) = 2 - 9 = -7$$

$$(ii) \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = -8 + 8 \cdot 1 = 0$$

$$(iii) \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -10 \\ 2 \end{pmatrix} = 1 \cdot (-10) + 5 \cdot 2 = 0$$

2.0 ptos por cada uno.

¿Qué significa que el producto punto de dos vectores sea 0?

P18

Encontrar $\vec{PQ}$ de manera que $\vec{PQ}$ sea un vector de misma dirección y sentido que $\vec{OP} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ pero cuya magnitud sea 1.

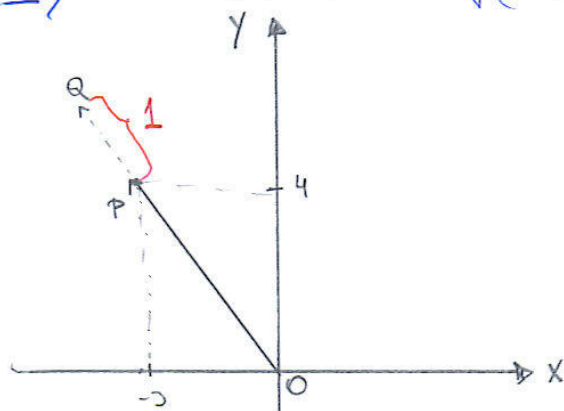
sol: Es importante en este problema saber lo que se hace, puesto que los pasos a seguir deben quedar claros.

1. Como $\vec{PQ}$ y $\vec{OP}$ son vectores con la misma dirección y sentido entonces

$$\alpha \cdot \vec{OP} = \vec{PQ} \quad \alpha > 0. \quad \underline{1.0}$$

$$2. \quad \vec{PQ} = \alpha \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3\alpha \\ 4\alpha \end{pmatrix} \quad \underline{1.0}$$

$$3. \quad \vec{PQ} \text{ es de norma (o magnitud)} \\ = 1 \Rightarrow \|\vec{PQ}\| = \sqrt{(-3\alpha)^2 + (4\alpha)^2} = 1$$



1.0

4. Despejando α

$$\begin{aligned} 1 &= \sqrt{(-3\alpha)^2 + (4\alpha)^2} \\ &= \sqrt{9\alpha^2 + 16\alpha^2} \\ &= \sqrt{25\alpha^2} = 5\alpha \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{1}{5}} \end{aligned}$$

1.0

5. Por lo tanto: $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} -3 \cdot \frac{1}{5} \\ 4 \cdot \frac{1}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} \\ \frac{4}{5} \end{pmatrix}$

6. Luego, como $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{Q} - \overrightarrow{P}$

0.5

$$\Rightarrow \overrightarrow{Q} = \overrightarrow{P} + \overrightarrow{PQ}$$

0.5

7.
$$\boxed{Q = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3/5 \\ 4/5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -18/5 \\ 24/5 \end{pmatrix}}$$

1.0