

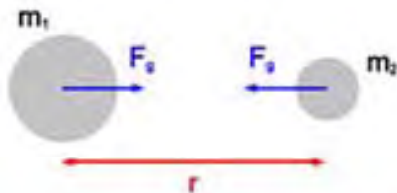
GRAVITACIÓN

2 FENÓMENOS :

- CAÍDA DE UN CUERPO
- MOVIMIENTO DE LOS PLANETAS

ESTOS FENÓMENOS ERAN VISTOS EN LA ANTIGÜEDAD COMO DOS FENÓMENOS DISTINTOS

NEWTON MUESTRA QUE AMBOS PUEDEN SER DESCRITOS POR UNA LEY UNIVERSAL DE GRAVITACIÓN



$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2}$$

$$\vec{F}_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

CONSTANTE DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

IDEA : TODOS LOS CUERPOS CAEN DEBIDO A LA
ATRACCIÓN GRAVITACIONAL DE LA TIERRA

=> LA LUNA TAMBIÉN ESTÁ CAYENDO
HACIA LA TIERRA



ÓRBITA CIRCULAR $R = 3.84 \times 10^8 \text{ m}$

$$v_{\text{LUNA}} = \frac{2\pi R}{T}$$

$T = 27.3$ DÍAS (PERÍODO)

$$\Rightarrow v_{\text{LUNA}} = \frac{2\pi \times 3.84 \times 10^8}{27.3 \times 24 \times 3600} \quad \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{\text{LUNA}} \approx 1023 \quad \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{MOV. CIRCULAR} \Rightarrow a_{\text{LUNA}} = \frac{v_{\text{LUNA}}^2}{R}$$

$$a_{\text{LUNA}} \approx \frac{(10^3)^2}{3.84 \times 10^8} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 0.0027 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

NEWTON SUPONE QUE $a \propto \frac{1}{R^2}$

EN EFECTO, DE LA 3ª LEY DE KEPLER

$$T \propto R^{3/2}$$

$$\text{PERO } T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow \frac{R}{v} \propto R^{3/2} \Rightarrow v \propto \frac{1}{R^{1/2}}$$

$$\therefore v^2 \propto \frac{1}{R}$$

ENTONCES

$$a = \frac{v^2}{R} \propto \frac{1}{R^2}$$

EN LA SUPERFICIE DE LA TIERRA

$$g = \frac{K}{R_T^2} \quad (K = \text{cte})$$

$$\Rightarrow K = g R_T^2$$

PARA LA LUNA SE TIENE

$$a = \frac{K}{R^2} = g \left(\frac{R_T}{R} \right)^2$$

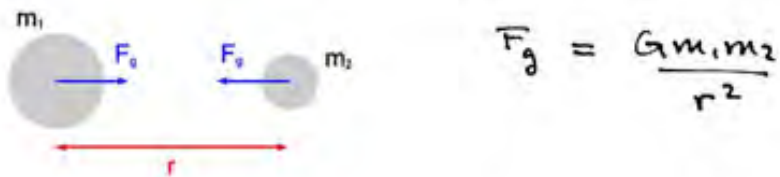
DONDE $R_T = 6400 \text{ km}$

$$\therefore a \approx 0.0028$$

a y a_{LUNA} SON ESENCIALMENTE IDÉNTICAS, POR
LO TANTO LA SUPOSICIÓN QUE $a \propto \frac{1}{R^2}$ ES
CORRECTA

LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

CADA PAR DE PARTÍCULAS EN EL UNIVERSO
SE ATRAEN ENTRE SÍ CON UNA FUERZA
PROPORCIONAL AL PRODUCTO DE SUS MASAS
E INVERSAMENTE PROPORCIONAL AL CUADRADO
DE LA DISTANCIA ENTRE ELLAS



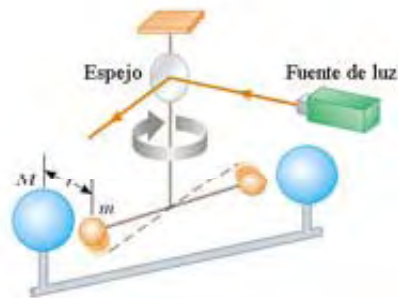
DONDE G ES UNA CONSTANTE UNIVERSAL

G SE PUEDE MEDIR (CAVENDISH 1798)

$$G \approx 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2}$$

MEDICIÓN DE G

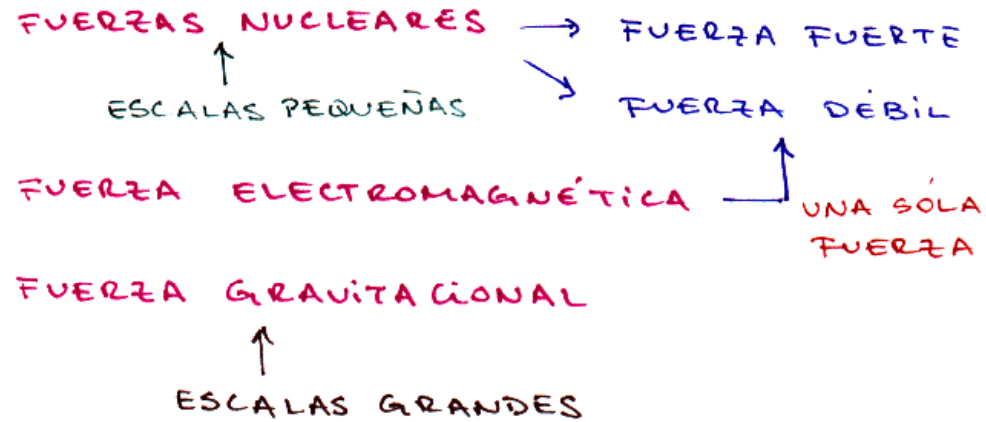
PÉNDULO DE TORSIÓN



CAVENDISH (1798) $\rightarrow G \approx 6.75 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$

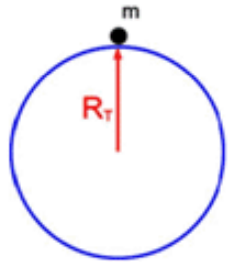
VALOR ACTUAL $\rightarrow G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$

Fuerzas fundamentales



¿SON ESTAS FUERZAS LA MANIFESTACIÓN DE UNA ÚNICA FUERZA?

GRAVEDAD EN LA SUPERFICIE DE LA TIERRA



$$F_g = G \frac{m M_T}{R_T^2} = m g$$

2ª LEY DE
NEWTON

$$\Rightarrow \boxed{g = \frac{G M_T}{R_T^2}}$$

GRAVEDAD
EN LA SUPERFICIE
DE LA TIERRA

SI UNO MIDE g (POR EJEMPLO, USANDO OBJETOS EN CAÍDA LIBRE), ENTONCES PODEMOS MEDIR LA MASA DE LA TIERRA

$$\boxed{M_T = \frac{g R_T^2}{G}}$$

$$M_T = \frac{10 (6.4 \times 10^6)^2}{6.67 \times 10^{-11}} \text{ kg}$$

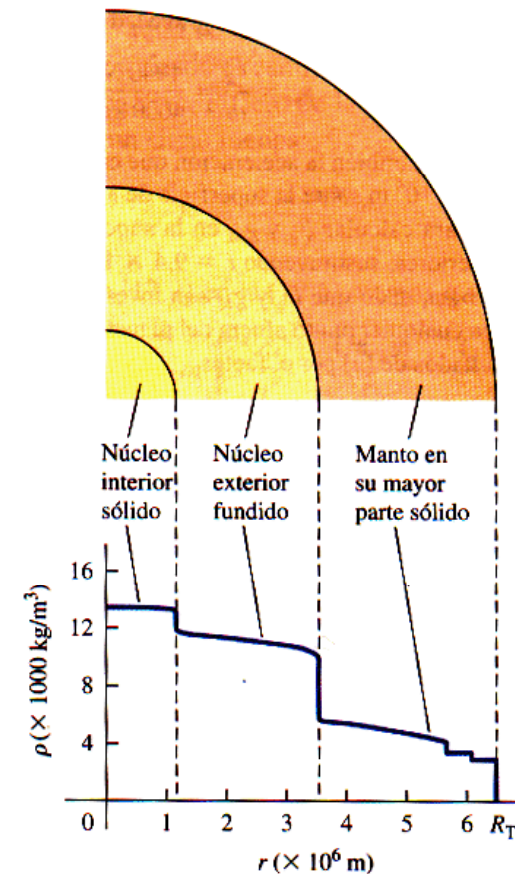
$$M_T \approx 6.1 \times 10^{24} \text{ kg}$$

LA DENSIDAD PROMEDIO DE LA TIERRA ES

$$\rho_{\text{TIERRA}} = \frac{M_T}{\frac{4\pi}{3} R_T^3} \approx 5.6 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_{\text{ROCA}} \approx 2.8 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

$\Rightarrow$!! LA DENSIDAD EN EL CENTRO DE LA TIERRA ES GRANDE !!



LEYES DE KEPLER

!! SON LEYES
EMPÍRICAS !!

I LEY :

TODOS LOS PLANETAS SE MUEVEN EN
ÓRBITAS ELÍPTICAS EN TORNO AL SOL,
EL CUAL SE ENCUENTRA EN UNO DE
SUS FOCOS

II LEY :

LA LÍNEA QUE CONECTA AL SOL CON EL
PLANETA BARRE ÁREAS IGUALES EN
TIEMPOS IGUALES

⇒ CONSERVACIÓN DE MOMENTUM
ANGULAR



Johannes Kepler (1571-1630)

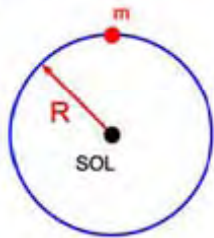
III LEY :

EL CUADRADO DEL PERIODO DE REVOLUCIÓN
ES PROPORCIONAL AL CUBO DE LA
DISTANCIA MEDIA AL SOL

PARA UNA ÓRBITA CIRCULAR DE RADIO R

$$T^2 \propto R^3$$

DEM.



$$F_g = m a_{\text{centripeta}}$$

$$\frac{G M_{\text{SOL}} m}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$$

PERO $v = \frac{2\pi R}{T}$

ENTONCES

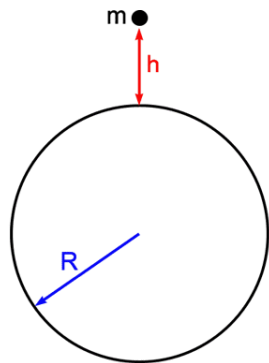
$$\frac{GM_{\text{sol}}}{R^2} = \left(\frac{2\pi R}{T} \right)^2 \frac{1}{R}$$

$$\frac{GM_{\text{sol}}}{R^2} = \frac{4\pi^2}{T^2} R$$

$$T^2 = \underbrace{\frac{4\pi^2}{GM_{\text{sol}}}} \cdot R^3$$

CONSTANTE QUE NO
DEPENDE DE LA MASA
DEL PLANETA

PESO EN FUNCIÓN DE LA ALTURA



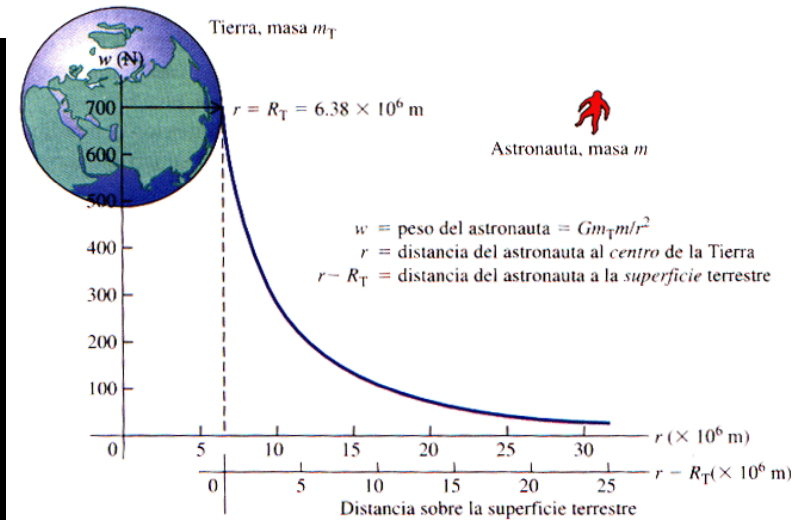
$$W = mg = \frac{GmM}{(R_T + h)^2}$$

$$W = \frac{GmM}{R_T^2 \left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^2}$$

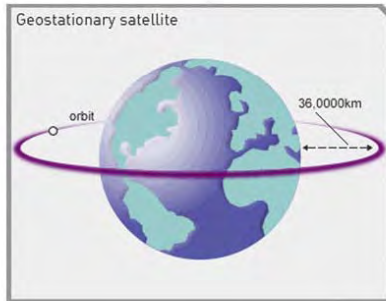
$$W = m \underbrace{\frac{GM}{R_T^2}}_{g_0} \left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^{-2}$$

g_0 GRAVEDAD EN LA SUPERFICIE DE LA TIERRA

$$W = W_0 \left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^{-2}$$



SATÉLITES GEOESTACIONARIOS



PARA UN SATÉLITE EN
ÓRBITA CIRCULAR

$$\frac{GM}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

$$\text{PERO } v = \frac{2\pi r}{T}$$

CON $T = 1 \text{ día} = 86400 \text{ s}$ ENTONCES

$$\frac{GM}{r^2} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$r^3 = \frac{GM}{4\pi^2} T^2 = 7.54 \times 10^{22} \text{ m}^3$$

$\Rightarrow r = 42300 \text{ km}$ DESDE EL CENTRO DE
LA TIERRA

O BIEN A UNA ALTURA DE 36000 km SOBRE
LA SUPERFICIE TERRESTRE