

PAUTA CONTROL 2

P1 $\vec{R}(t) = x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y}$

$$x(t) = at + b = x_0 + v_{x0}t + \frac{a_x}{2}t^2$$

$$y(t) = ct^2 + d = y_0 + v_{y0}t + \frac{a_y}{2}t^2$$

$$\Rightarrow x_0 = b = 1 \text{ [m]}$$

$$v_{x0} = a = 1 \text{ [m/s]}$$

$$a_x = 0$$

$$y_0 = d = 1 \text{ [m]}$$

$$v_{y0} = 0$$

$$a_y = 2c = 0,25 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$c) V_M = \frac{d}{\Delta t} = \frac{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}{\Delta t}$$

$$\Delta x = x(4) - x(2) = (4a + b) - (2a + b) = 2a = 2 \text{ [m]}$$

$$\Delta y = y(4) - y(2) = (16c + d) - (4c + d) = 12c = \frac{12}{8} = 1,5 \text{ [m]}$$

$$\Rightarrow V_M = \frac{\sqrt{2^2 + 1,5^2}}{4 - 2} = \frac{2,5}{2} = 1,25 \text{ [m/s]}$$

$$b) \vec{v}(t) = v_x(t)\hat{x} + v_y(t)\hat{y} \quad ; \quad |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$v_x(t) = v_{x0} + a_x t = a = 1 \text{ [m/s]} \quad (\text{cte para todo tiempo})$$

$$v_y(t) = v_{y0} + a_y t = 2ct = 0,25 t \text{ [m/s]}$$

$$\Rightarrow \vec{v}(2) = v_x(2)\hat{x} + v_y(2)\hat{y} = 1\hat{x} + 0,5\hat{y} \text{ [m/s]}$$

$$\Rightarrow |\vec{v}(2)| = \sqrt{v_x(2)^2 + v_y(2)^2} = \sqrt{1^2 + 0,5^2} = 1,118 \text{ [m/s]}$$

$$\vec{a}(t) = a_x\hat{x} + a_y\hat{y} = 0\hat{x} + 0,25\hat{y} = 0,25\hat{y} \text{ [m/s}^2\text{]}$$

PAUTA CONTROL 2

P2) A = PROYECTIL LANZADO EN $\alpha = 45^\circ$
 B = " " " " $\beta = 60^\circ$

VEAMOS CUAL DEMORA MAS EN LLEGAR AL PUNTO DE ENCUENTRO, UTILIZANDO LA POSICIÓN EN EL EJE X

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left. \begin{aligned} X_A &= V_0 \cos \alpha t_A \\ X_B &= V_0 \cos \beta t_B \end{aligned} \right\} \Rightarrow X_A = X_B \Rightarrow V_0 \cos \alpha t_A = V_0 \cos \beta t_B \\ \Rightarrow t_A \frac{\sqrt{2}}{2} = t_B \frac{1}{2} \\ \Rightarrow \boxed{t_B = \sqrt{2} t_A} \quad (1) \end{aligned}$$

LUEGO $\sqrt{2} > 1$, ENTONCES A DEMORA MENOS EN LLEGAR, POR LO QUE DEBERÁ SER LANZADO CON UN RETARDO TAL QUE CUMPLA LA SIGUIENTE ECUACIÓN, QUE GARANTIZARA QUE A, B EFECTIVAMENTE CHOQUEN =

$$\begin{aligned} t_A + t_R &= t_B = \sqrt{2} t_A \\ \Rightarrow \boxed{t_R = (\sqrt{2} - 1) t_A} \quad (2) \end{aligned}$$

AHORA DEBEMOS CALCULAR t_A PARA OBTENER EL TIEMPO DE RETARDO t_R , PARA ESTO USAMOS LA IGUALDAD EN EL EJE Y

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left. \begin{aligned} Y_A &= V_0 \sin \alpha t_A - \frac{g t_A^2}{2} \\ Y_B &= V_0 \sin \beta t_B - \frac{g t_B^2}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow Y_A = Y_B \Rightarrow V_0 \sin \alpha t_A - \frac{g t_A^2}{2} = V_0 \sin \beta t_B - \frac{g t_B^2}{2} \\ \Rightarrow \frac{g}{2} (t_B^2 - t_A^2) &= V_0 (t_B \sin \beta - t_A \sin \alpha) \end{aligned}$$

USANDO LA ECUACIÓN (1), TENEMOS

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{g}{2} (2 t_A^2 - t_A^2) &= V_0 \left(\sqrt{2} t_A \frac{\sqrt{3}}{2} - t_A \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \\ \Rightarrow g t_A &= \sqrt{2} V_0 (\sqrt{3} - 1) \Rightarrow t_A = \frac{\sqrt{2} V_0 (\sqrt{3} - 1)}{g} \quad (3) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{REEMPLAZANDO (2) EN (3)} \Rightarrow t_R = (\sqrt{2} - 1) \left(\frac{\sqrt{2} V_0 (\sqrt{3} - 1)}{g} \right) = \frac{V_0 (2 - \sqrt{2}) (\sqrt{3} - 1)}{g}$$

NOTA: ES ANÁLOGO LANZAR A CON UN RETARDO A LANZAR B CON UN ADELANTE (EL VALOR DEL DESFASE DE TIEMPO NO CAMBIA).

PARTIDA CONTROL 2

B3) ANALICEMOS PRIMERO EL MOVIMIENTO HASTA $H = 1000 \text{ [m]}$

$$v_0 = 80 \text{ [m/s]}$$

$$a = 4 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$a) \Rightarrow y_1(t) = v_0 t + \frac{a t^2}{2} = H$$

$$\Rightarrow t_H^2 + \frac{2v_0}{a} t_H - \frac{2H}{a} = 0 \Rightarrow t_H = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + \frac{2H}{a}}}{a}$$

$$\Rightarrow t_H = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2aH}}{a} = 10 \text{ [s]} //$$

$$\Rightarrow v_H = v_0 + a t_H = v_0 - v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2aH} = \sqrt{v_0^2 + 2aH} = 120 \text{ [m/s]} //$$

(v_H ES LA VELOCIDAD CON QUE LLEGA A LA ALTURA H .)
(t_H ES EL TIEMPO QUE DEMORA HASTA H)

AHORA VAMOS A VER PASA DESPUÉS DE H

$$y_2(t) = H + v_H t - \frac{g}{2} t^2 = 0 \quad (\text{CALCULAREMOS EL TIEMPO DE CAÍDA})$$

$$\Rightarrow t_c^2 - \frac{2v_H}{g} t - \frac{2H}{g} = 0 \Rightarrow t_c = \frac{v_H}{g} \pm \sqrt{\frac{v_H^2}{g^2} + \frac{2H}{g}}$$

$$\Rightarrow t_c = \frac{v_H + \sqrt{v_H^2 + 2gH}}{g} = 30,547 \text{ [s]}$$

ASÍ EL TIEMPO TOTAL DEL COHETE EN EL AIRE ES

$$t_T = t_H + t_c = 10 + 30,547 = 40,547 \text{ [s]} //$$

PAUTA CONTROL 2

P3 b) Calculamos el tiempo en que llega a la altura máxima

$$V_{y/2}(t) = 0 = V_H - g t_{\max} \rightarrow t_{\max} = \frac{V_H}{g}$$

$$\Rightarrow y(t_{\max}) = y_{\max} = H + V_H t_{\max} - \frac{g}{2} t_{\max}^2$$

$$y_{\max} = H + \frac{V_H^2}{g} - \frac{V_H^2}{2g} = H + \frac{V_H^2}{2g} = 1720 \text{ [m]} //$$

c) Velocidad con que impacta el suelo es:

$$V_{y/2}(t_c) = V_{\text{suelo}} = V_H - g t_c = V_H - (V_H + \sqrt{V_H^2 + 2gH})$$

$$\Rightarrow V_{\text{suelo}} = -\sqrt{V_H^2 + 2gH} = -185,472 \text{ [m/s]} //$$