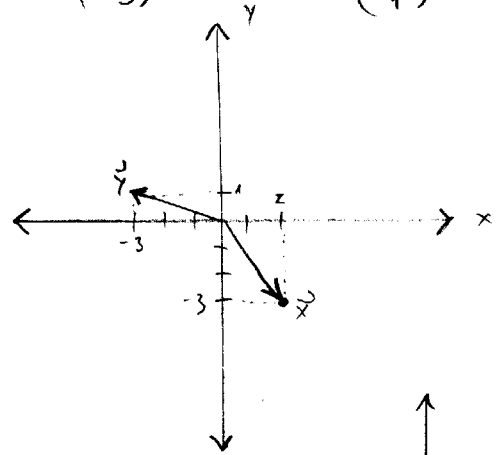


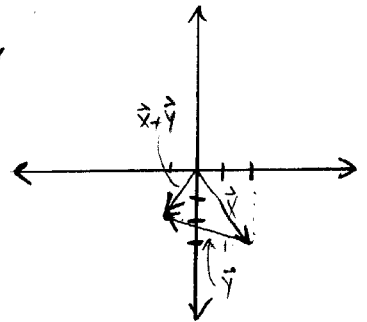
REPASO VECTORES

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = (a, b), \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = (c, d) \quad \text{Ej: } \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \vec{y} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$



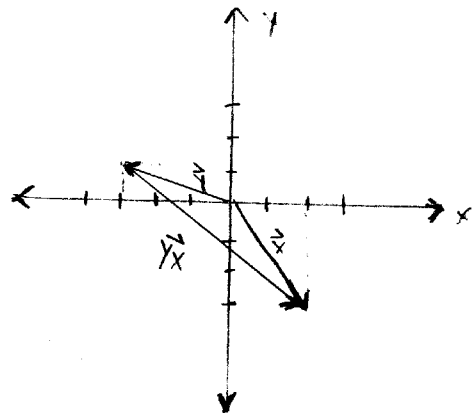
SUMA DE VECTORES:

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+c \\ b+d \end{pmatrix} \quad \text{Ej: } \vec{x} + \vec{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$



RESTA DE VECTORES:

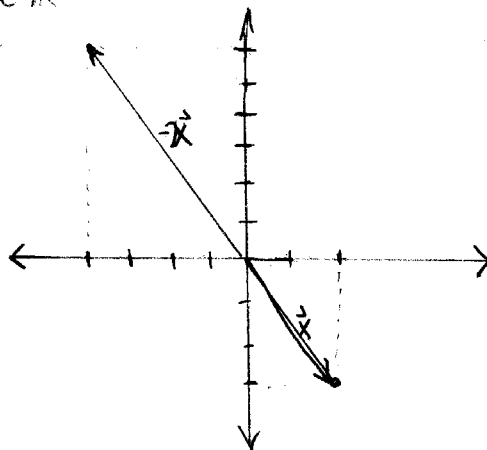
$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{v} - \vec{u} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-c \\ b-d \end{pmatrix} \quad \text{Ej: } \vec{x} - \vec{y} = \vec{y} - \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$$



POW DE RACION POR ESCALAR:

$$\alpha \vec{u} = \alpha \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha a \\ \alpha b \end{pmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

$$\text{Ej: } -2 \vec{x} = -2 \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$$



PRODUCTO PUNTO

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = ac + bd$$

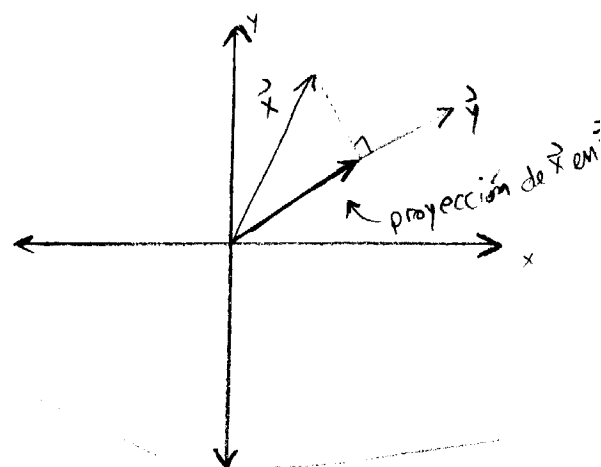
$$\text{Ej: } \vec{x} \cdot \vec{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} = -6 + 3 = -9$$

→ Lo usamos para probar o imponer la ortogonalidad entre dos vectores:

$$\vec{h} \cdot \vec{g} = 0 \Leftrightarrow \vec{h} \perp \vec{g} \quad \text{Ej: } \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ pues } \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 - 2 = 0$$

→ También lo usamos para proyectar vectores:

$$[\text{La proyección de } \vec{x} \text{ sobre } \vec{y}] = \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{\|\vec{y}\|} \vec{y}$$

NORMA

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{Ej: } \|\vec{x}\| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

→ La norma y el producto punto se relacionan de la siguiente manera:

$$\|\vec{u}\|^2 = \vec{u} \cdot \vec{u}$$

PRODUCTO CRUZADO

Cuando queremos saber si dos vectores son paralelos podemos revisar si los productos cruzados son iguales

i.e. revisan $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$, $ad \stackrel{?}{=} bc$

Si lo son, entonces los vectores son $\parallel$.

$$\text{Ej: } \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix} -4 \\ -6 \end{pmatrix} \text{ pues } 2 \cdot (-6) = 3 \cdot (-4)$$

PARALELISMO POR DEFINICIÓN

Dos vectores son paralelos si uno es una ponderación por escalar del otro:

$$\vec{h} \parallel \vec{g} \Leftrightarrow \vec{h} = \alpha \vec{g} \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

$$\text{Ej: } \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix} -4 \\ -6 \end{pmatrix} \text{ pues } \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -4 \\ -6 \end{pmatrix}$$