Profesor: Rodolfo Carvajal
Auxiliares: Alex Becerra, Mauricio Quezada, Nicolás Gotschlich.

Pauta Pregunta 1 Control #2

(i) Transformando el sistema de ecuaciones a un sistema matricial se tiene:

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 1-\beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Al utilizar el método de Gauss, paso a paso se va obteniendo:

- Al multiplicar la fila (1) por 3 y sumarla a la fila (2):

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 1-\beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

- Al multiplicar la fila (1) por 1 y sumarla a la fila (3):

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \\ 0 & -3 & 2-\beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- Al multiplicar la fila (2) por -3/2 y sumarla a la fila (3):

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & -4-\beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Para que el sistema **no tenga solución**, es necesario que en la última fila haya una contradicción (por ejemplo 0 = 7); por esto el ultimo coeficiente ($A_{3,3}$) tiene que ser nulo:

$$-4-\beta = 0$$

$$\boxed{\beta = -4}$$

Para que el sistema tenga **solución única** no se deben presentar contradicciones ni verdades absolutas (como 0=0 que en este caso es imposible que se presente ya que el lado derecho de la ecuación es 5); por lo tanto se debe evitar el caso de la contradicción, lo que indica que se debe cumplir $\boxed{\beta \neq -4}$ para que la solución sea única.

(ii) Aprovechando que se tiene la matriz triangular superior se reemplaza β en la última matriz del método de Gauss:

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & -4-\beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Que con β=0 resulta:

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

De la última fila se tiene que $\boxed{x_3 = \frac{-5}{4}}$

Reemplazando en la segunda fila:

$$-2 \cdot x_2 + 4 \cdot \left(\frac{-5}{4}\right) = -2$$

$$\boxed{x_2 = \frac{-3}{2}}$$

Y finalmente reemplazando en la primera fila:

$$-x_1 - 2 \cdot \left(\frac{-3}{2}\right) + 1 \cdot \left(\frac{-5}{4}\right) = 3$$

$$\boxed{x_1 = \frac{11}{4}}$$