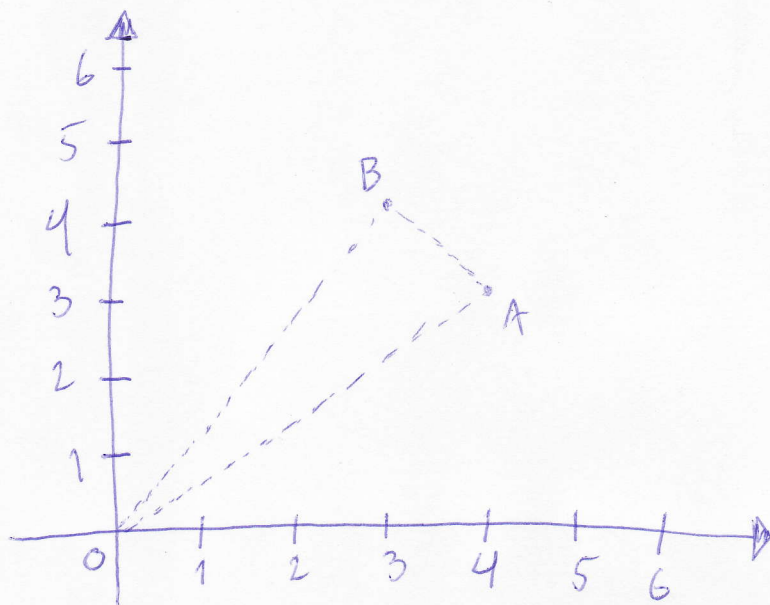


PAUTA P2 CONTROL 1

ii)



VERIFICAR QUE EL TRIANGULO ABO ES ISOCIELES

LADO $\overline{OB}$: $\vec{OB} = \vec{b} - \vec{o} = \vec{b}$ $\|\vec{OB}\| = \|\vec{b}\| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

LADO $\overline{OA}$: $\vec{OA} = \vec{a} - \vec{o} = \vec{a}$ $\|\vec{OA}\| = \|\vec{a}\| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

CON LO ANTERIOR BASTABA, PUES YA TENEMOS 2 LADOS IGUALES. SOLO COMO COMPLEMENTO, EL LADO $\overline{AB}$ VALE $\sqrt{2}$

ii) PUNTO MEDIO SEGMENTO $\overline{AB}$: $M = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2} = \frac{\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}}{2} = \begin{pmatrix} \frac{7}{2} \\ \frac{7}{2} \end{pmatrix}$

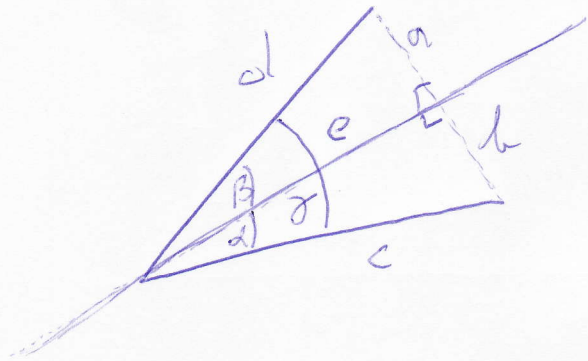
PENDIENTE RECTA QUE UNA A y B : $m_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-3}{3-4} = -1$

PENDIENTE RECTA PERPENDICULAR AL SEGMENTO $\overline{AB}$: $m_2 = 1$

ECUACION DE LA RECTA L : $y - \frac{7}{2} = 1 \left(x - \frac{7}{2} \right) = x - \frac{7}{2}$

$-7y = x$

iii) LA ECUACION DE L es $y=x$. EL COEFICIENTE POSICIÓN ES 0, POR LO QUE PASA POR EL ORIGEN. ES DECIR, UNE EL PUNTO MEDIO DE $\overline{AB}$ CON EL VERTICE OPUESTO. EL TRIÁNGULO SE DIVIDE EN 2:



- POR SER EL TRIÁNGULO MAYOR ISÓCELES, $c=d$
- LA RECTA PASA POR EL PUNTO MEDIO DE $\overline{AB}$, POR LO QUE $a=b$
- EL SEGMENTO DE RECTA C PERTENECE A AMBOS TRIÁNGULOS

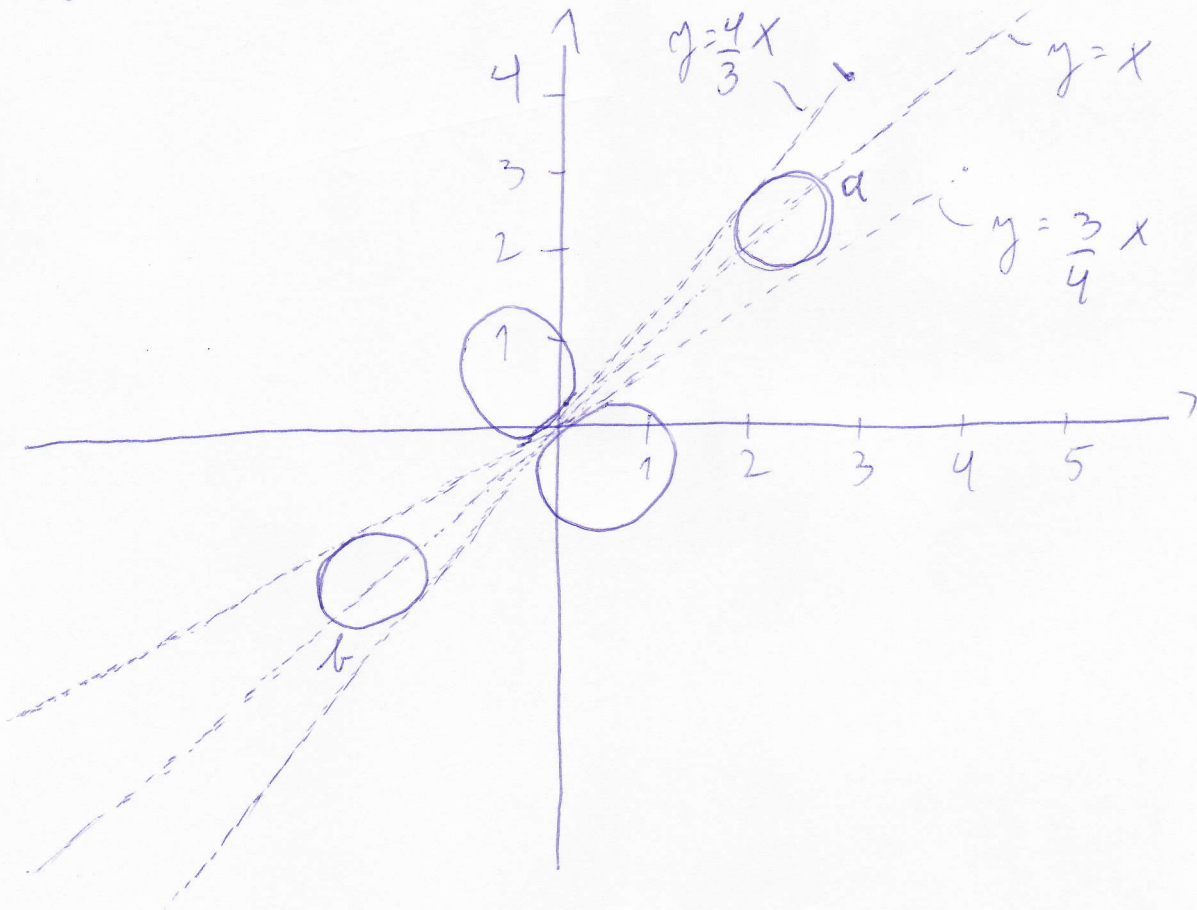
- ENTONCES, POR CRITERIO LADO-LADO-LADO, LOS DOS NUEVOS TRIÁNGULOS SON CONGRUENTES $\Rightarrow \alpha = \beta$, O SEA, L ES BISECTRIZ DEL ÁNGULO $\gamma = \widehat{AOB}$

iv) SE ME OCURRIERON 2 MANERAS:

1^{ra} FORMA: NOTAR QUE LAS RECTAS $y = \frac{4}{3}x$ e $y = \frac{3}{4}x$

SON LAS RECTAS QUE UNEN EL ORIGEN CON LOS PUNTOS B y A RESPECTIVAMENTE.

VEAMOS CUALES SON LAS CIRCUNFERENCIAS POSIBLES



LOS CENTROS DE LAS CIRCUNFERENCIAS a y b ESTAN SOBRE LA RECTA L , POR QUE CUALQUIER PUNTO DE ESTA RECTA ESTA A LA MISMA DISTANCIA DE $y = \frac{4}{3}x$ COMO DE $y = \frac{3}{4}x$ PARA QUE UNA CIRCUNFERENCIA SEA TANGENTE A DOS PUNTOS, ESTOS DEBEN EQUIDISTAR DEL CENTRO, POR LO QUE EN ESTE CASO, DICHO PUNTO NECESARIAMENTE DEBE ESTAR SOBRE L .

ENTONCES, LAS INCOGNITAS SON LAS COORDENADAS DEL CENTRO (x_c, y_c) . LA EC. DE LA CIRCUNFERENCIA ES DEL TIPO $(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2 = 1$

SABEMOS QUE UN CENTRO ESTA SOBRE LA RECTA ~~$x=y$~~ $y=x$

$$\Rightarrow x_c = y_c$$

REEMPLAZANDO QUEDA $(x-x_c)^2 + (y-x_c)^2 = 1$

DEBEMOS BUSCAR LA INTERSECCION CON $y = \frac{3}{4}x$ (NOTESE QUE DA LO MISMO SI SE USA LA OTRA RECTA $y = \frac{4}{3}x$)

REEMPLAZANDO

$$(x-x_c)^2 + \left(\frac{3}{4}x - x_c\right)^2 = 1$$

$$x^2 - 2xx_c + x_c^2 + \frac{9x^2}{16} - \frac{3}{2}xx_c + x_c^2 = 1$$

$$x^2 \left(1 + \frac{9}{16}\right) - x \left(2x_c + \frac{3}{2}x_c\right) + 2x_c^2 = 1$$

$$\frac{25}{16}x^2 - \frac{7}{2}xx_c + 2x_c^2 - 1 = 0$$

ESTA ES UNA ECUACION DEL TIPO $ax^2 + bx + c = 0$

SI LA RESOLVEMOS OBTENDREMOS DOS SOLUCIONES. PARA QUE HAYA UNA SOL (TANGENCIA), DEBE CUMPLIRSE QUE $\Delta = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = \frac{49x_c^2}{4} - 4 \cdot \frac{25}{16} \cdot (2x_c^2 - 1) = 0$$

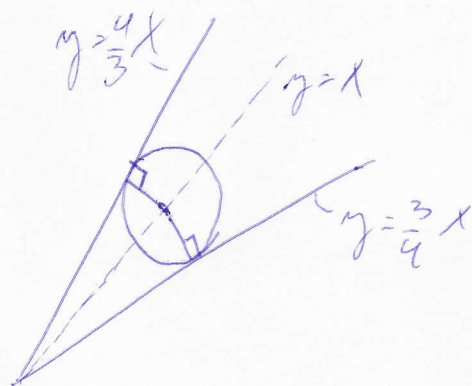
$$\frac{49x_c^2}{4} - \frac{50x_c^2}{4} + \frac{25}{4} = 0 \quad \rightarrow \quad 49x_c^2 - 50x_c^2 + 25 = 0 \quad \rightarrow \quad x_c = \pm 5$$

(PUEDE SER CUALQUIERA, POSITIVO

o NEGATIVO). COMO $x_c = y_c \rightarrow y_c = 5$ Y LA ECUACION

$$\text{ES } \underline{(x-5)^2 + (y-5)^2 = 1}$$

2^{da} FORMA: COMO LA CIRCUNFERENCIA ES TANGENTE A LAS RECTAS, SU RADIO FORMA UN ANGULO RECTO CON ELAS EN ESE PUNTO:



NOS DAMOS COMO INCOGNITA (x_c, y_c) Y CALCULAMOS LA RECTA PERPENDICULAR A CUALQUIERA DE LAS DOS RECTAS, QUE PASA POR (x_c, y_c)

TOMAMOS $y = \frac{3}{4}x$ $m_1 = \frac{3}{4} \rightarrow m_2 = -\frac{4}{3}$

RECTA PERPENDICULAR $\boxed{y - y_c = -\frac{4}{3}(x - x_c)}$

VEAMOS LA INTERSECCION CON LA MISMA RECTA $y = \frac{3}{4}x$

REEMPLAZANDO: $\frac{3}{4}x - y_c = -\frac{4}{3}x + \frac{4}{3}x_c$

$$\frac{3}{4}x + \frac{4}{3}x = y_c + \frac{4}{3}x_c$$

$$\frac{9x + 16x}{12} = y_c + \frac{4}{3}x_c$$

$$\frac{25x}{12} = y_c + \frac{4}{3}x_c$$

$$\boxed{x = \frac{12}{25}(y_c + \frac{4}{3}x_c)} \rightarrow y = y_c - \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}x_c$$

$$y = y_c + \frac{4}{3}x_c - \frac{4}{3} \cdot \frac{12}{25}(y_c + \frac{4}{3}x_c) = y_c + \frac{4}{3}x_c - \frac{16}{25}y_c - \frac{64}{75}x_c$$

~~$$y = \frac{9}{25}y_c + \frac{4}{25}x_c$$~~

$$y = \frac{9}{25}y_c + \frac{12}{25}x_c = \frac{3}{25}(3y_c + 4x_c)$$

AHORA VAMOS LA DISTANCIA ENTRE ESE PUNTO Y EL CENTRO (x_c, y_c) :

$$d=1 = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

$$1 = \sqrt{\left(\frac{12}{25}(y_c + \frac{4}{3}x_c) - x_c\right)^2 + \left(\frac{3}{25}(3y_c + 4x_c) - y_c\right)^2}$$

PARA SIMPLIFICAR, RECORDAMOS QUE $y_c = x_c$

$$1^2 = 1$$

$$\rightarrow 1 = \left(\frac{12}{25}(x_c + \frac{4}{3}x_c) - x_c\right)^2 + \left(\frac{3}{25}(3x_c + 4x_c) - x_c\right)^2$$

$$= \left(\frac{3}{25}x_c\right)^2 + \left(-\frac{4}{25}x_c\right)^2 = \frac{9x_c^2}{(25)^2} + \frac{16x_c^2}{(25)^2}$$

$$\rightarrow 1 = \frac{\cancel{25}x_c^2}{(\cancel{25})^2}$$

$$\rightarrow x_c^2 = 25 \rightarrow x_c = 5$$

$$\rightarrow y_c = 5$$

LO MISMO DE ANTES

NOTA: TAMBIEN SE PODIA HACER OCUPANDO DIRECTAMENTE LA FORMULA $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + c|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ DE LA DISTANCIA ENTRE UN PUNTO Y UNA RECTA,

PERO EL PROCEDIMIENTO ES ALGO DIFERENTE