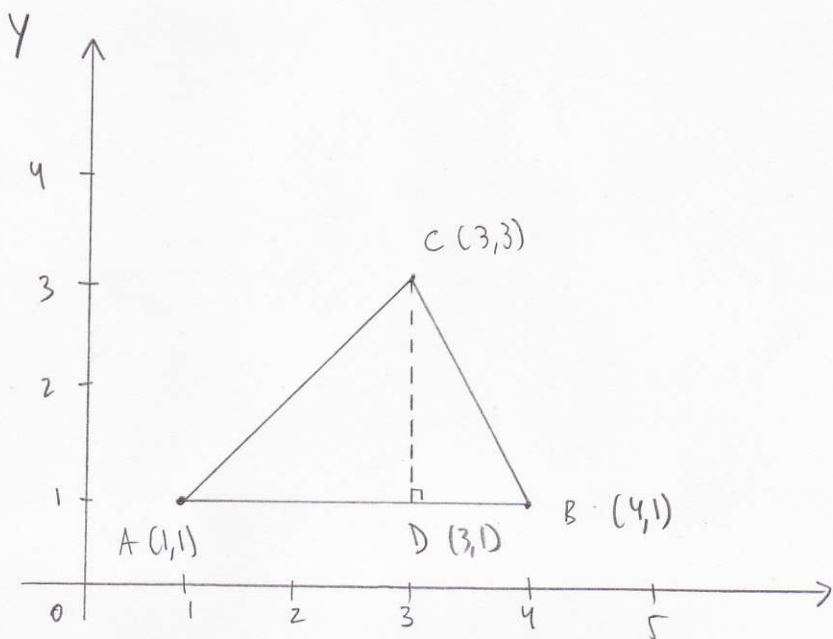


## Problema 8



i) módulo trazo  $|AB|$

$$\begin{aligned}|AB| &= \sqrt{(4-1)^2 + (1-1)^2} \\&= \sqrt{(3)^2 + (0)^2} \\&= \sqrt{(3)^2} \\&= 3\end{aligned}$$

módulo trazo  $|BC|$

$$\begin{aligned}|BC| &= \sqrt{(4-3)^2 + (1-3)^2} \\&= \sqrt{(1)^2 + (-2)^2} \\&= \sqrt{1+4} \\&= \sqrt{5}\end{aligned}$$

módulo trazo  $|AC|$

$$\begin{aligned}|AC| &= \sqrt{(3-1)^2 + (3-1)^2} \\&= \sqrt{(2)^2 + (2)^2} \\&= \sqrt{4+4} \\&= \sqrt{8}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{perímetro} = |AB| + |BC| + |CA|$$

$$\text{perímetro} = \sqrt{8} + \sqrt{5} + 3$$

ii) Cálculo del área.

Primero, se calcula la ecuación que contiene a la altura trazada desde el punto C al lado AB

$\Rightarrow$  como vector posición se usa el punto C pues se sabe que la altura pasa por ese punto

$$\Rightarrow \vec{P} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Ahora, para encontrar el vector director, se usa la condición de que los vectores CD y AB sean perpendiculares, luego

$$\vec{AB} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

$$3x + 0 \cdot y = 0$$

$$\Rightarrow x = 0$$

e y puede ser cualquier valor, en este caso se usará  $y = 1$

luego, el vector director es  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

la ecuación de la recta que pasa por C y D es

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

la ecuación de la recta que pasa por A y B es

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

para encontrar el valor numérico del punto D intersectamos las rectas anteriores

$$\lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \lambda \cdot 0 + 3 \\ \lambda \cdot 1 + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + 3 \cdot \alpha \\ 1 + 0 \cdot \alpha \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ \lambda + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + 3\alpha \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad 3 = 1 + 3\alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = 2/3$$

$$\lambda + 3 = 1 \quad \Rightarrow \quad \lambda = -2$$

⇒ para encontrar el punto D reemplazo, ya sea  $\lambda$  en la recta CD o  $\alpha$  en la recta AB

$$\Rightarrow -2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\frac{2}{3} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \cdot 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

⇒ el punto D es el  $(3, 1)$

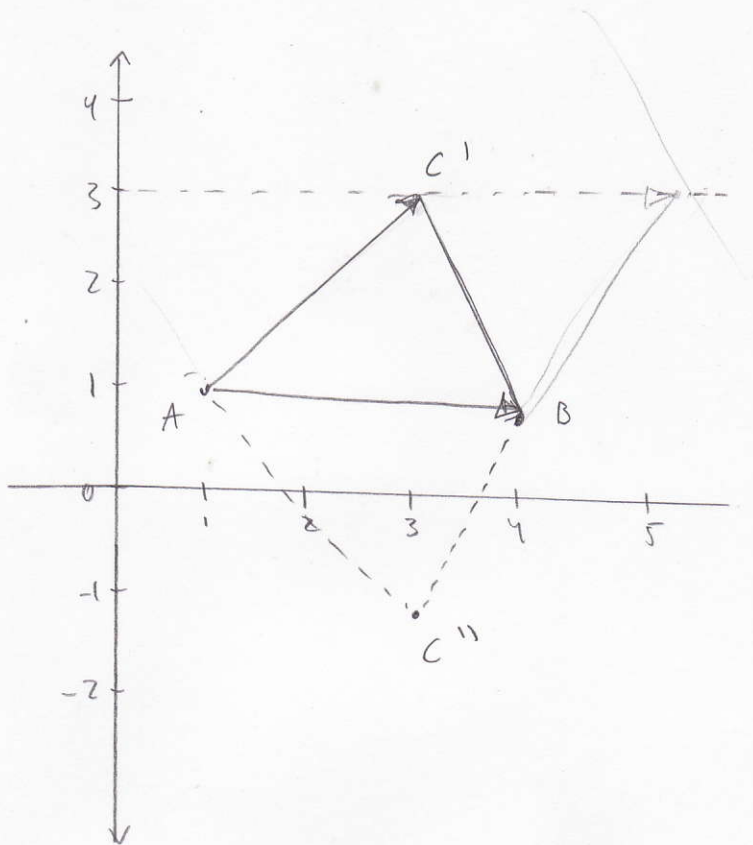
la altura corresponde al trazo CD  
su módulo (magnitud) es

$$\begin{aligned} |CD| &= \sqrt{(3-3)^2 + (1-3)^2} \\ &= \sqrt{0^2 + (-2)^2} \\ &= \sqrt{4} \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{área}_{\Delta} &= \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{|AB| \cdot |CD|}{2} \\ &= \frac{2 \cdot 3}{2} \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{área}_{\Delta} = 3}$$

iii)



EL AREA DEL TRIANGULO ES  $A = \frac{b \cdot h}{2}$ . EN ESTE CASO

$b = |\vec{AB}| = 3$ , Y  $A = 3$ . ENTONCES, EL PUNTO  $C'$  DEBE

MOVERSE SIN CAMBIAR  $h$ . ESTO SE LOGRA CON DOS RECTAS

PARALELAS A  $\vec{AB}$ , A UNA DISTANCIA  $h = 2$ . EN ESTE CASO ES

SENCILLO, PUES LA RECTA QUE UNE A Y B ES HORIZONTAL,

Y DE ECUACION  $y = 1$ . DE ESTA FORMA, LAS OTRAS DOS

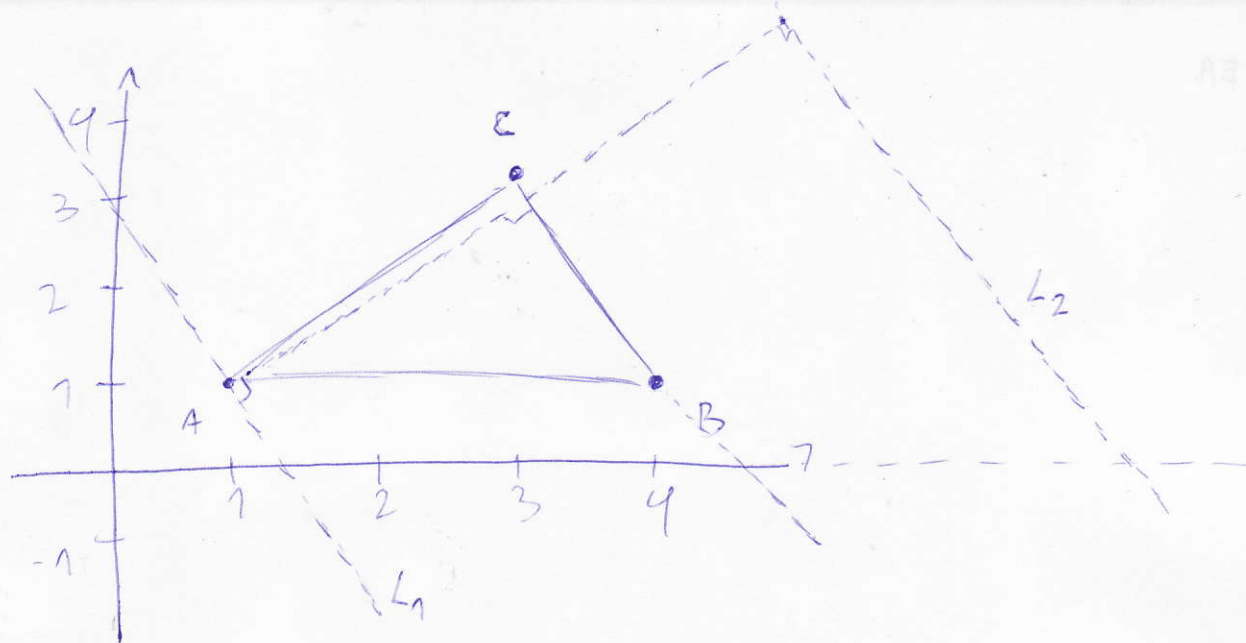
RECTAS TIENEN ECUACION  $L_1: y = 3$ ,  $L_2: y = -1$ .

COMO EJERCICIO, ESCRIBAN ESAS DOS ECUACIONES EN FORMA

VECTORIAL (NOTAR QUE SE PUEDEN DAR CUAL QUIER VALOR

DE  $x$ , ES IRRELEVANTE)

iv



EN ESTE CASO, LA IDEA ES LA MISMA, MOVER EL PUNTO A, A TRAVÉS DE DOS RECTAS PARALELAS AL TRAZO  $\overline{CB}$ . COMO TENEMOS C y B, TENEMOS LA PENDIENTE DE LAS RECTAS:

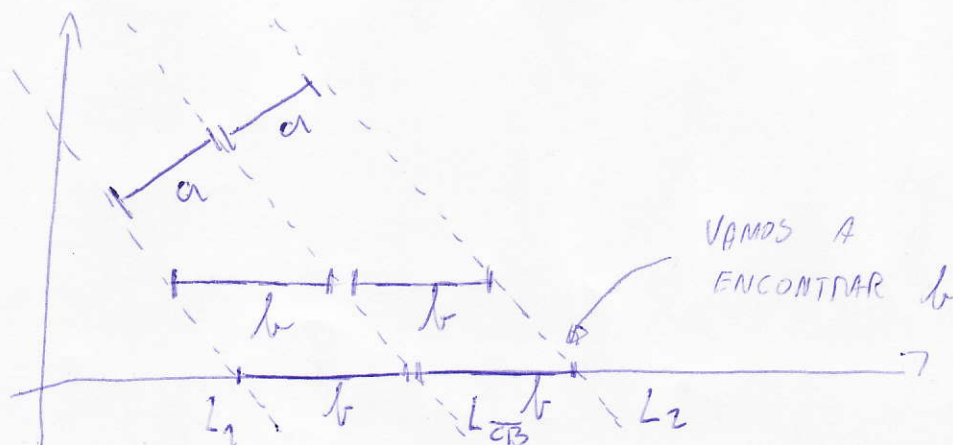
$$C=(3,3) \quad B=(4,1) \quad m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-3}{4-3} = \underline{-2}$$

$L_1$  ES FÁCIL DE CALCULAR, PORQUE YA TENEMOS UN PUNTO

$A=(1,1)$  ASI OBTENEMOS LA ECUACIÓN DE LA RECTA CORRESPONDIENTE:  $(y-1) = -2(x-1)$   $y-1 = -2x+2$   $y = 3-2x$

EN EL CASO DE  $L_2$ , NOS FALTA UN PUNTO. SE PROPONEN DOS FORMAS:

1ra: LAS TRES RECTAS ESTAN A LA MISMA DISTANCIA ENTRE SI



VEAMOS LA RECTA CB:  $m = -2$   $C = (3, 3)$

$$y - 3 = -2(x - 3)$$

$$y - 3 = -2x + 6$$

$$y = -2x + 9$$

$L_1$  INTERSECTA AL EJE X EN  $y = 0$

$$0 = 3 - 2x \rightarrow \boxed{x_1 = \frac{3}{2}}$$

$$b = x_2 - x_1 = \frac{6}{2} = 3$$

$L_{CB}$  INTERSECTA AL EJE EN

$$0 = -2x + 9 \rightarrow \boxed{x_2 = \frac{9}{2}}$$

ENTONCES,  $L_2$  INTERSECTA AL EJE EN  $x_2 + b = \frac{9}{2} + 3 = \frac{9 + 6}{2} = \frac{15}{2}$

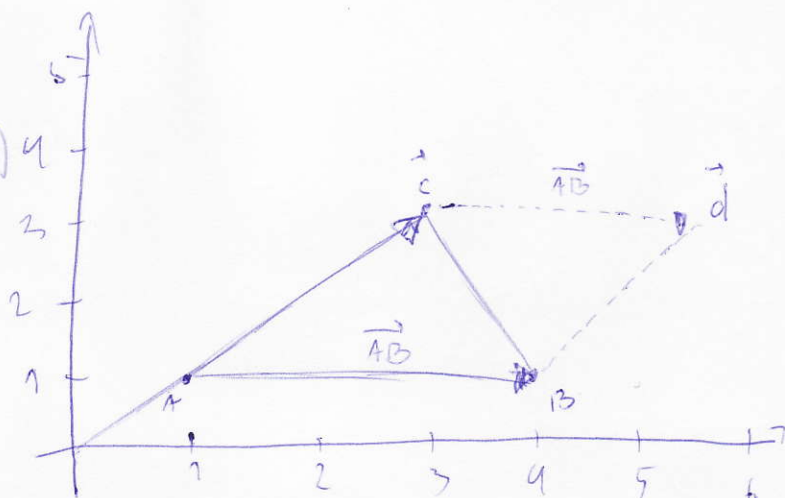
CON ESTO, TENEMOS UN PUNTO DE  $L_2: (\frac{15}{2}, 0)$

Y DE AHI LA ECUACION:  $y - 0 = -2(x - \frac{15}{2})$

$$\boxed{y = -2x + 15}$$

2da forma:

(MAS VECTORIAL)



de esto A LA MISMA DISTANCIA DE CB que a, Y SE PUEDE OBTENER SUMANDO DOS VECTORES:  $\vec{C} + \vec{AB}$

$$\vec{d} = \vec{C} + \vec{AB} = \vec{C} + \vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Y DE AHI SE LLEGA A LA MISMA RECTA.

P 111

i)  $(3, 2)$  y  $(9, 7)$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$\downarrow$   
 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

$$y - 2 = \frac{(7-2)}{(9-3)} (x-3)$$

$$y - 2 = \frac{5}{6} (x-3) = \frac{5x}{6} - \frac{5}{2}$$

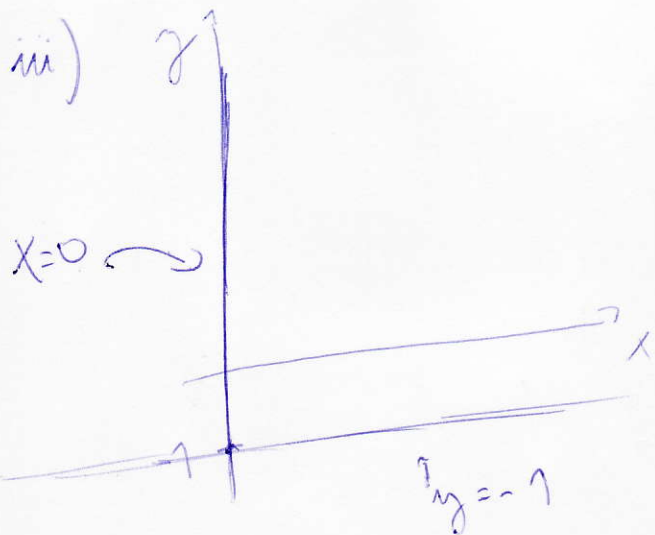
$$m = \frac{5}{6}$$

$$y = \frac{5x}{6} + 2 - \frac{5}{2} = \frac{5x}{6} - \frac{1}{2}$$

ii)  $(-1, 0)$   $m = -8$

$$y - 0 = -8(x - (-1))$$

$$y = -8(x+1) \\ = -8x - 8$$



PUNTO

DE

INTERSECCIÓN:  $(0, -1)$

RECTA:

$$y - (-1) = 6(x - 0)$$

$$y + 1 = 6x$$

$$y = 6x - 1$$

$$m) \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

INTERSECCION DE LAS RECTAS  $2x = 1 \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}}$

$$\rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{2}}$$

PERPENDICULAR A  $x + 2y = 0$

$$2y = -x$$

$$y = -\frac{x}{2} \quad m = -\frac{1}{2}$$

NECESITAMOS UNA PENDIENTE  $m^*$  TAL QUE ~~PERPENDICULAR~~

$$m m^* = -1 \quad m^* = \frac{-1}{\left(-\frac{1}{2}\right)} = 2$$

ENTONCES, LA RECTA ES

$$y - \left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$y + \frac{1}{2} = 2x - 2$$

$$\boxed{y = 2x - \frac{5}{2}}$$