

Profesor: Rodolfo Carvajal

Auxiliares: Alex Becerra, Mauricio Quezada, Nicolás Gotschlich.

PAUTA EJERCICIO #1: VECTORES

PROBLEMA 1.-

- (i) Realizando las operaciones entre los vectores se obtiene:

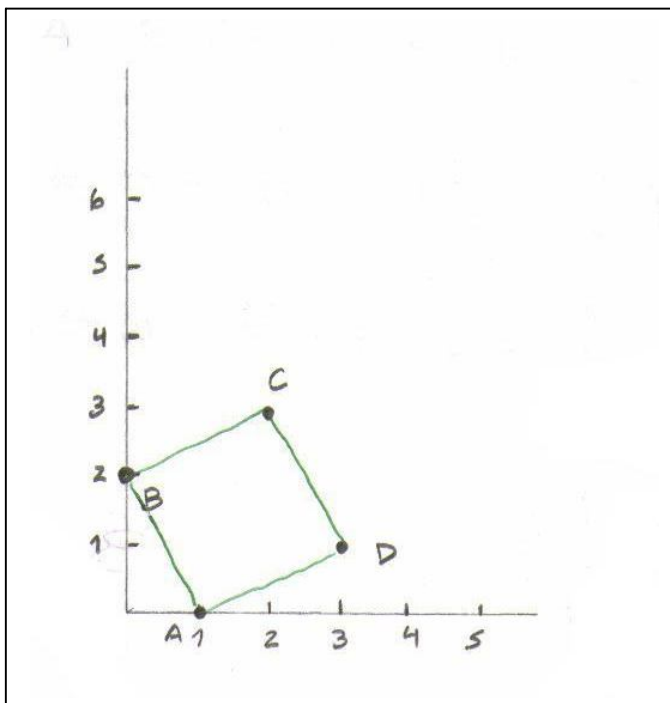
$$\vec{OA} = \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{OB} = 2 \cdot \vec{b} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{OC} = 3 \cdot \vec{b} + 2 \cdot \vec{a} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{OD} = 3 \cdot \vec{a} + \vec{b} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Al graficar los puntos A, B, C y D se obtiene:



- (ii) Para verificar la igualdad entre los vectores, se calcula cada uno de ellos y luego se comparan:

$$\vec{AD} = \vec{OD} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \vec{AD} = \vec{BC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BA} = \vec{OA} - \vec{OB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{CD} = \vec{OD} - \vec{OC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \vec{BA} = \vec{CD} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Ahora para verificar que dos vectores son perpendiculares entre ellos es necesario realizar el producto punto entre ellos y si el resultado es cero; se cumple:

$$\vec{AD} \cdot \vec{CD} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 2 + (-2) = 0$$

$$\therefore \vec{AD} \perp \vec{CD}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{BA} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 2 + (-2) = 0$$

$$\therefore \vec{AD} \perp \vec{BA}$$

$$\vec{BC} \cdot \vec{CD} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 2 + (-2) = 0$$

$$\therefore \vec{BC} \perp \vec{CD}$$

$$\vec{BC} \cdot \vec{BA} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 2 + (-2) = 0$$

$$\therefore \vec{BC} \perp \vec{BA}$$