

# Introducción a la Física Newtoniana: Guía 3

Fecha de entrega: 7 de Enero 2008

PROF. ÁLVARO NÚÑEZ VÁSQUEZ

---

## Problema 1: Derivación explícita

A partir de la definición de derivada determine la derivada de  $\tan x$ . Compare con la derivada obtenida a partir de la regla para derivar fracciones.

También usando solo la definición de derivada pruebe que:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{g(x)} \right) = -\frac{g'(x)}{g(x)^2} \quad (1)$$

## Problema 2: Tasas de cambio

1. Una escalera de 5 m. esta apoyada en la pared de una casa. La base es separada de la pared a una tasa de 1 m/s. Determine la rapidez de caída del extremo superior cuando la base esta a 1 m de la pared, a 4 m. de la pared.
2. Al inflar un globo se bombea aire a razón de  $30 \text{ cm}^3$  por minuto. Encuentre la tasa de cambio del radio cuando este es de 2 cm.
3. La aceleración de gravedad fluctúa de un punto a otro sobre la superficie de la Tierra. Con ello el periodo de oscilación de un péndulo,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}, \quad (2)$$

también varía. Estime el error relativo en  $g$  si se puede medir  $T$  con un error del 0.1%.

## Problema 3: Movimiento Uniforme

Movimiento rectilíneo Un robot sobre un puente de longitud  $L$  avista un tren acercándose con rapidez  $u$ . En ese instante el robot se encuentra a una distancia  $\lambda L$  del extremo del puente, en dirección al tren. Para evitar al tren, el robot contempla ambas salidas para abandonar el puente y concluye que en cada caso es alcanzado por el tren justo al momento de salir. Determine la rapidez del robot. ¿A que distancia se encuentra el tren al momento en que es detectado por el robot?. Estudie los casos límites ( $\lambda = 0$ ,  $\lambda = 1/2$ ,  $\lambda = 1$ ) en detalle y úselos para verificar su respuesta.

## Problema 4: Paradoja de Zenón

El sabio griego Zenón de Elea, para apoyar la doctrina de Parménides de que las sensaciones que obtenemos del mundo son ilusorias, y concretamente, que no existe el movimiento, diseñó una serie de razonamientos que ilustraban lo absurdo de la idea de cambio. La más celebre consiste en el argumento presentado en forma de la fábula de Aquiles y la tortuga. A saber, el veloz Aquiles persigue a una tortuga inicialmente a una distancia dada. Antes de llegar a alcanzar a la tortuga, Aquiles debe alcanzar el punto inicial en el que se encontraba la tortuga al comenzar la persecución. En el intertanto la tortuga habrá avanzado hacia una nueva posición. Aquiles debe seguir la carrera pero antes de alcanzar a la tortuga debe alcanzar esta nueva posición. Aquiles debe repetir este proceso infinitas veces antes de alcanzar la tortuga. Esto es una contradicción con nuestra experiencia superficial que indica que en un lapso finito Aquiles (siendo más rápido) alcanza a la tortuga. El problema en el argumento es el tratamiento poco riguroso del concepto de infinito. En particular Zenón asume que dado que un proceso se puede descomponer en infinitos sub-procesos el resultado tomará un lapso infinito en concretarse: Sea  $d_0$  la distancia inicial de la tortuga.  $V$  y  $v$  las rapidez de Aquiles y de la tortuga respectivamente. Al cabo de la primera etapa habrá transcurrido un tiempo  $T_1 = d_0/V$ , mientras que la tortuga se encontrará a una distancia  $d_1 = vT_1$ . Muestre que en cada intervalo cumplirá:

$$T_i = d_{i-1}/V \quad (3)$$

$$d_i = vT_i \quad (4)$$

Muestre que el tiempo acumulado en los  $N$  primeros pasos es:

$$T_N = \sum_{n=1}^N T_n = \frac{d_0}{V} \sum_{n=1}^N \left(\frac{v}{V}\right)^{n-1} \quad (5)$$

Identifique esta serie como la serie geométrica y evalúe su valor. Considere el valor en el límite  $N \rightarrow \infty$ .

## Problema 5: Paloma mensajera

Dos barcos con velocidades  $v_1$  y  $v_2$  se encuentran en un curso de colisión frontal a una distancia  $D$ . Una paloma vuela con velocidad  $v$ , un barco hacia al otro cuando llega se devuelve al primer barco y así sucesivamente hasta que los barcos chocan. Determine la distancia total recorrida por la paloma.

## Problema 6: Choque de trenes

El maquinista de un tren de viajeros que lleva una velocidad de 110 km/h, ve un tren de mercancías cuyo furgón de cola se encuentra a 180 m delante, en la misma vía. El tren de mercancías avanza en el mismo sentido que el de viajeros, con una velocidad de 32 km/h. El maquinista del tren de viajeros aplica inmediatamente los frenos, produciendo una desaceleración constante de 1.2 m/s<sup>2</sup>, mientras que el tren de mercancías continúa su marcha a velocidad constante.

1. ¿Habrá choque entre ambos trenes?
2. En caso de haberlo, ¿Dónde tendrá lugar?

## Problema 7: Medición de un pozo

Penélope quiere medir la profundidad de un pozo. Para ello deja caer una piedra y, cronómetro en mano, toma el tiempo transcurrido entre el instante en que suelta la piedra y escucha el ruido de la piedra al caer al agua, obteniendo un valor de 1.4 segundos. ( $g$  es conocido.)

1. En su primer cálculo, Penélope consideró el instante en que él escuchó el chapuzón. Calcule qué valor obtuvo Penélope para la profundidad del pozo.
2. Al llegar a casa, reconsideró su resultado y, después de una profunda meditación, sacó su libro de física, buscó el valor de la velocidad del sonido (340 m/s), y calculó nuevamente la altura del pozo. Encuentre esta nueva expresión para la profundidad del pozo.