

# Introducción a la Física Newtoniana: Guía 2

Fecha de entrega: 3 de Enero 2008

PROF. ÁLVARO NÚÑEZ VÁSQUEZ

---

## Problema 1: Estimaciones

1. ¿Cuántas sandías caben en el Hall central del edificio de física?
2. Estime el valor total que ha sido invertido en su propia educación. Considere el valor de matrículas, mensualidades, útiles, transporte, etc, acumulado durante todos sus años de escolaridad. El valor variará entre los distintos individuos, pero de todos modos les servirá de ejercicio. Compare con el total que espera se invertirá en darle educación superior.
3. La densidad del agua en estado líquido es de  $1000 \text{ kg/m}^3$  y la del hielo  $920 \text{ kg/m}^3$ . Estime y compare porcentualmente la distancia media entre los átomos de oxígeno para el agua en cada estado.
4. La densidad del aluminio (Al) es de  $2.7 \text{ g/cc}$ , lo que significa que 1 cc de Al compacto tiene una masa de 2.7 g. Además, el peso atómico del Al es 27, con lo cual un mol ( $6,02 \times 10^{23}$  átomos) de Al tiene una masa de 27 g. Con estos datos calcule la distancia que cubre 1 cc de Al al poner los átomos en línea. Compare su resultado con la distancia media tierra-sol.

## Problema 2: Más estimaciones

Un DVD tiene capacidad para almacenar 4.5 Gb. Estime el área necesaria para escribir 1 bit. Estime la cantidad de átomos en la superficie de 1 bit. (La distancia entre átomos puede ser considerada en promedio de  $5 \text{ \AA}$ ). Los DVD de última generación (blu-ray DVD o DVD-HD) contienen entre 15 o 30 Gb. ¿Cuanto más chica es la superficie de un bit?, ¿cuántos átomos contiene?. Estime el número de átomos en la superficie de 1 bit en un imaginario "super-DVD" capaz de almacenar, en resolución de DVD-video, una grabación de sus vidas enteras.

## Problema 3: Límites trigonométricos

Complete la siguientes tablas con ayuda de una calculadora:

$x$	$\sin x$	$\frac{\sin x}{x}$	$\epsilon = 1 - \frac{\sin x}{x}$	$\epsilon/x$
1				
$10^{-1}$				
$10^{-2}$				
$10^{-3}$				
$10^{-4}$				

(1)

$x$	$\cos x$	$1 - \cos x$	$\epsilon = \frac{1 - \cos x}{x}$	$\epsilon/x$
1				
$10^{-1}$				
$10^{-2}$				
$10^{-3}$				
$10^{-4}$				

(2)

Usando los resultados entregue un sentido a las expresiones:

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\sin \delta}{\delta} = 1 \quad (3)$$

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \delta}{\delta} = 0. \quad (4)$$

Demuestre que en general, partiendo de la relación (vista en clases)  $\sin x < x$ , que las siguientes desigualdades son siempre válidas:

$$\cos \theta > 1 - \frac{\theta^2}{2} \quad (5)$$

$$\sin \theta > \theta - \frac{\theta^3}{4} \quad (6)$$

Úselas para verificar analíticamente los límites en cuestión.

### Problema 4: Cálculo de volumen

Un tambor de 50 cm de radio y 1.5 m de largo se encuentra “acostado” y lleno con parafina hasta una altura  $h = 60$  cm (ver figura). ¿Cuántos litros de parafina hay en el tambor?

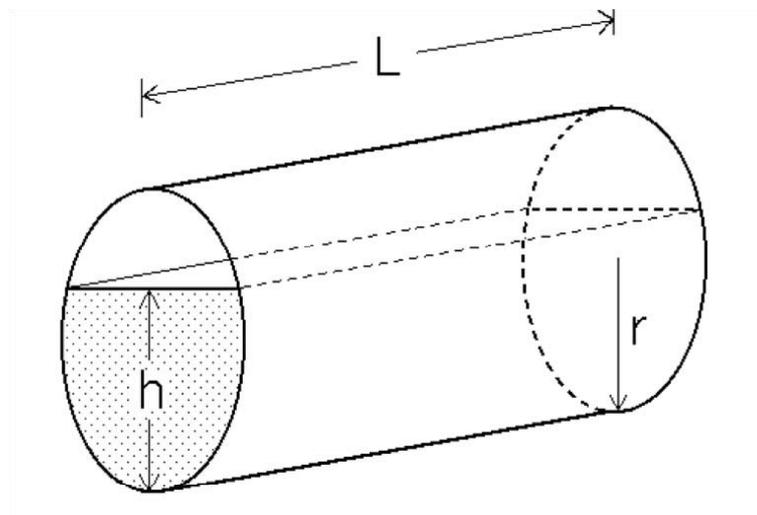


Figura 1: Determine la cantidad de parafina

## Problema 5: Área del círculo y otros límites

- Demostrar que cuando  $n$  es un número indefinidamente grande, el límite de:

$$\cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{4} \cos \frac{\theta}{8} \cdots \cos \frac{\theta}{2^n} \rightarrow \frac{\sin \theta}{\theta} \quad (7)$$

- Considere un círculo de radio  $R$ , que es seccionado (como una pizza) en  $n$  piezas iguales (de apertura angular  $2\pi/n$ ). Considere los triángulos asociados a esta repartición que forman un polígono de  $n$  lados iguales. Calcule el área de este polígono  $A_n$  y verifique que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} A_n = \pi R^2 \quad (8)$$

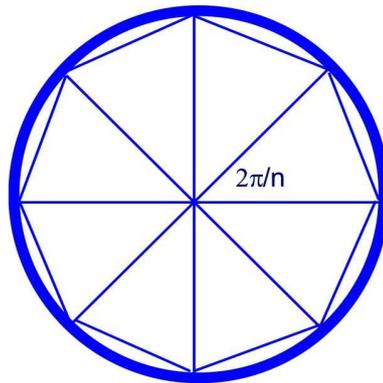


Figura 2: El círculo de radio  $R$  es dividido en trozos de ángulo  $2\pi/n$  (en la figura  $n = 8$ .)

## Problema 6: Ecuación de una elipse

Una elipse es definida como el conjunto de puntos cuyas distancias a dos puntos dados (focos  $F$  y  $F'$ ) suman un valor constante predeterminado. Sea  $L$  la distancia entre los focos. Escojamos, arbitrariamente, un foco  $F$ . Sea  $\theta$  el ángulo formado entre la recta que une  $F$  con los puntos de la elipse y  $\Lambda$  el valor de la suma de las distancias a los focos, de modo que

$$|MF| + |MF'| = \Lambda. \quad (9)$$

para todos los puntos  $M$  en la elipse. Pruebe que:

$$r = L \frac{\Omega}{1 - \varepsilon \cos \theta}, \quad (10)$$

donde  $r$  es la distancia entre el punto y el foco,  $\varepsilon = \frac{L}{\Lambda}$  y  $\Omega = \frac{1-\varepsilon^2}{2\varepsilon}$ . Verifique que dicha ecuación entrega los valores correctos para  $\theta = \{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2\}$ .

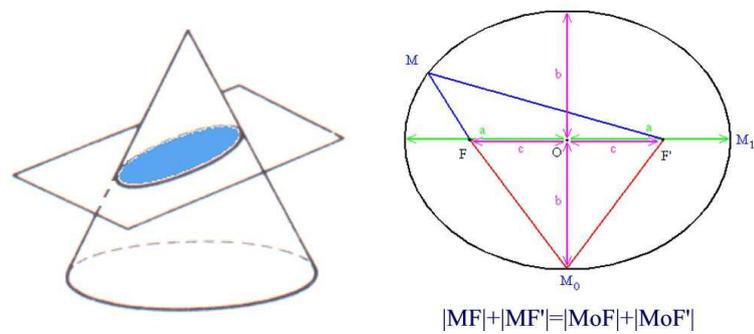


Figura 3: Dos definiciones alternativas de una elipse. A la izquierda como una sección cónica, a la derecha como el conjunto de puntos cuyas distancias a dos puntos dados (focos  $F$  y  $F'$ ) es igual a una constante dada. Esta última definición es la usada en el ejercicio 3.