Introducción a la Física Newtoniana: Guía 1

Fecha de entrega: 2 de Enero 2008

Prof. Álvaro Núñez Vásquez

Problema 1: Preliminares

El diámetro de una molécula de agua es de aproximadamente 0.3 nm , es decir 3×10^{-10} m. Considere que usted tiene un vaso de agua de 500 cm^3 de volumen.

1. ¿Cuántas moléculas de agua hay en su vaso? Ahora el contenido de su vaso se vierte en el océano, esperando que las moléculas contenidas en el vaso se distribuyan homogéneamente en los océanos.
2. Calcule el volumen de agua en los océanos del mundo sabiendo que el radio de la Tierra es $R_T \approx 6400$ km, y que la profundidad media de la Tierra es $h \approx 5$ km. Considere además que 3/4 partes del planeta están cubiertas por el mar. Suponga además que antes de vertir el contenido del vaso en el mar se han "marcado´´ todas las moléculas de agua que tenia, de modo que sean distinguibles.
3. Calcule la densidad de moléculas marcadas en los océanos, es decir cuantas moléculas hay por m^3. Note que no es una densidad de masa kg/m^3, sino de partículas, que se expresa en $1/m^3$.
4. Si usted ahora viaja al otro lado del planeta, digamos a Japón, con su vaso, y con este toma agua del mar... ¿cuántas moléculas marcadas encontrará?

Problema 2: Repaso de trigonometría

Verifique las siguientes identidades:

1. $(\sin A - \cos A)^2 + (\cos A - \sec A)^2 = \cot^2 A + \tan^2 A - 1$
2. $\sin^2 x + 2\sin^2 x \left(1 - \frac{1}{\csc^2 x}\right) = 1 - \cos^4 x$
3. $(1 - \sin\theta)(1 - \sin\phi) = \left(\sin\frac{\theta+\phi}{2} - \cos\frac{\theta-\phi}{2}\right)^2$
4. $\tan\theta = \frac{\sin\theta + \sin 2\theta}{1 + \cos\theta + \cos 2\theta}$
5. $\sum_{\nu=0}^{N} \sin(\alpha + \nu\beta) = \frac{\sin\frac{N\beta}{2}}{\sin\frac{\beta}{2}} \sin\left(\alpha + \frac{N-1}{2}\beta\right)$
6. $\sum_{\nu=0}^{N} \cos(\alpha + \nu\beta) = \frac{\sin\frac{N\beta}{2}}{\sin\frac{\beta}{2}} \cos\left(\alpha + \frac{N-1}{2}\beta\right)$

Estas últimas identidades serán usadas en el capítulo de integración.

Problema 3: Aplicaciones trigonométricas

1. Determine con la mejor precisión posible la diferencia en altura entre la torre central de la escuela y el edificio escuela.
2. Ahora considere el siguiente problema. Desde cada extremo de una base de longitud $2a$, la elevación angular de una montaña es θ y desde el medio de la base la elevación es ϕ. Pruebe que la altura de la montaña es:
$$h = a \sin\theta \sin\phi \sqrt{\csc(\phi + \theta) \csc(\phi - \theta)} \tag{1}$$

Problema 4: Demostración geométrica de la expansión del $\cos(\alpha+\beta)$

En clase se vio que:
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta, \tag{2}$$
explotando el teorema del coseno. Este problema consiste en evaluar dicho coseno mediante el uso de geometría.

Intente una demostración de la identidad correspondiente a la tangente:
$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta} \tag{3}$$

Problema 5: Aproximaciones

1. Defina un día sideral y un día solar para un habitante de la Tierra (Ver NZ pág. 19) ¿A cuántos radianes por segundo está girando el planeta Tierra, en torno a su eje de rotación y en torno al Sol?
2. ¿Cuantos metros *cae* la Luna hacia la Tierra en un segundo? (Utilize el valor de la distancia Tierra-Luna de 384.000 km.) Compare con la aceleración de gravedad en la superficie de la tierra.
3. ¿A qué distancia ve el horizonte un hombre de altura media?
4. La parte superior del mástil de un barco está 20 m. sobre el nivel del mar y desde allí se alcanza a ver la luz de un faro. Después de media hora de navegar directamente al faro, este se alcanza a ver desde la cubierta que esta a 8 m. sobre el nivel del mar. Determine la velocidad del barco.

Problema 6: Estimación del tamaño de la Tierra

Los antiguos conocieron varios hechos experimentales que sugerían la esfericidad de la Tierra: a) En los eclipses de Luna la sombra de la Tierra sobre la superficie lunar es redonda. b) La elevación de una estrella sobre el horizonte varía con la latitud. Uno de los primeros valores del perímetro del globo terráqueo fue obtenido por Eratóstenes (aprox 330 AC). Eratóstenes sabía que al mediodía del 22 de junio el Sol caía verticalmente sobre Siena (en la actualidad Asuán, no confundir con la Siena italiana): la luz solar que incidía sobre un profundo pozo se reflejaba en el fondo hacia arriba. El mismo día, a la misma hora, se midió en Alejandría la sombra de un alto obelisco. Eratóstenes encontró que los rayos del sol formaban un ángulo de 7,5 º con la vertical. Sabiendo que Alejandría se encuentra a unos 800 km al norte de Siena, estime los valores del perímetro y radio terrestres. El resultado de Eratóstenes adoleció de la imprecisión en la medida de las distancias. Actualmente se sabe que la Tierra solo es aproximadamente esférica y que su radio medio es de $6,37 \times 10^6$ m.