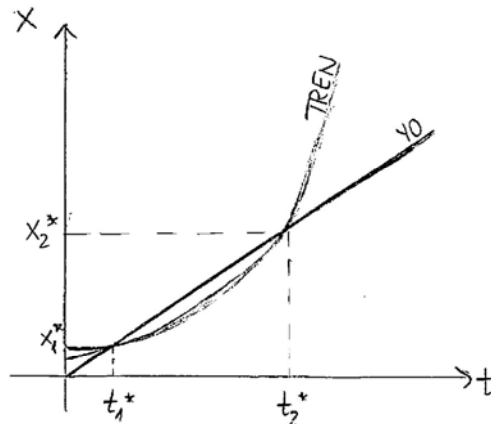


P1

Siguiendo la indicación, construimos un gráfico posición/tiempo, y escribimos las ecuaciones de movimiento:



$$x_{YO}(t) = vt$$

$$x_{tren}(t) = D + \frac{1}{2}at^2$$

Para encontrar los tiempos de encuentro, debemos operar con unidades consistentes:

$$V = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30 \left(\frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} \right) = 8,33 \text{ m/s}.$$

luego,

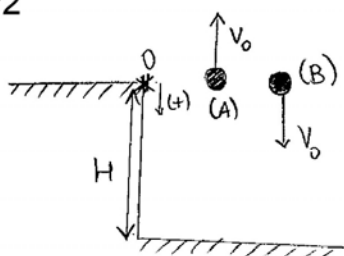
$$\left. \begin{array}{l} x_{YO}(t) = 8,33t \\ x_{tren}(t) = 30 + \frac{1}{2}t^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 8,33t = 30 + \frac{1}{2}t^2 \\ \Rightarrow \frac{1}{2}t^2 - 8,33t + 30 = 0. \end{array}$$

Resolviendo la ecuación cuadrática, obtenemos: $t_1 = 5,27 \text{ s}$
 $t_2 = 11,39 \text{ s}$

$$\text{Así pues, } x(t^*) = 8,33 \cdot 5,27$$

$$= 43,89 \text{ m} < 50 \text{ m} \Rightarrow \boxed{\text{Sí Alcanzo Al tren}}$$

P2



$$y_A(t) = -v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$y_B(t) = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

- a) la diferencia de tiempo que ambas pelotas pasan en el aire, equivale al tiempo que tarda en subir y bajar hasta la posición inicial la bolita A.

Como no sabemos cuál es la altura máxima de "A", no podemos usar su ecuación de posición. Sin embargo, en dicho punto la velocidad (rapidez) es cero.

luego,

$$v_f = v_i + at \Rightarrow 0 = v_0 - g t^*$$

$$\Rightarrow t^* = \frac{v_0}{g} \text{ (tiempo en llegar a altura máxima)}$$

Así, el tiempo que tarda en ir y volver al punto de origen, será $2t^*$.

Entonces,

$$\Delta t = \frac{2v_0}{g}$$

b) la primera pelota llega al suelo en un tiempo $\tilde{t}$. Así, evaluamos la ecuación de posición de la segunda en ese tiempo, para calcular la altura respecto al origen:

$$y_A(t) = -v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow H = -v_0 \tilde{t} + \frac{1}{2} g \tilde{t}^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} g \tilde{t}^2 - v_0 \tilde{t} - H = 0$$

$$\Rightarrow \tilde{t} = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{g}$$

Como $\tilde{t} > 0$, tenemos que: $\tilde{t} = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{g}$

luego,

$$y_B(\tilde{t}) = v_0 \tilde{t} + \frac{1}{2} g \tilde{t}^2$$

$$= v_0 \left(\frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{g} \right) + \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{g} \right)^2$$

$$= \frac{v_0}{g} (v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH}) + \frac{1}{2g} (v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH})^2$$

Entonces, respecto al piso:

$$h_B = H + \frac{v_0}{g} (v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH}) + \frac{1}{2g} (v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH})^2$$

c) Para calcular la velocidad de llegada, podemos proceder de dos formas:

• 1ª Forma: usando la ecuación de Torricelli.

$$V_{fB}^2 = V_0^2 + 2gH \Rightarrow \boxed{V_{fB} = \sqrt{V_0^2 + 2gH}}$$

• 2ª Forma: usando el tiempo de caída.

Calculamos que $\tilde{t} = \frac{V_0 + \sqrt{V_0^2 + 2gH}}{g}$. Sabemos además que

se tiene que: $V_{fA} = -V_0 + gt$.

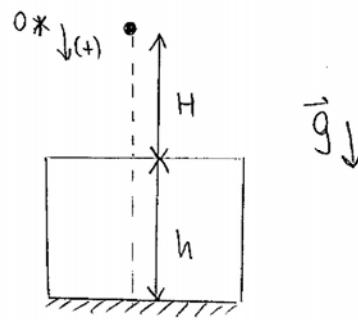
Así pues,

$$V_{fA} = -V_0 + \left(\frac{V_0 + \sqrt{V_0^2 + 2gH}}{\cancel{g}} \right) \cdot g$$

$$\Rightarrow V_{fA} = -V_0 + V_0 + \sqrt{V_0^2 + 2gH}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_{fA} = \sqrt{V_0^2 + 2gH}}$$

P3



a) Usando la ecuación de Torricelli,

$$V_f^2 = \underset{0}{V_i^2} + 2gH \Rightarrow \boxed{V_f = \sqrt{2gH}}$$

b) Sabemos que dentro del agua, la bolita se mueve con velocidad constante. Así pues,

$$V = \frac{h}{t^*} \Rightarrow h = Vt^*, \text{ donde } V = \sqrt{2gH} \text{ y } t^* \text{ es el tiempo que tarda en recorrer la piscina.}$$

$$\text{Reconociendo } T = t_{\text{caída}} + t^* \Rightarrow t^* = T - t_{\text{caída}}$$

El tiempo de caída lo podemos calcular con la ecuación de posición para la bolita:

$$y(t) = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow H = \frac{1}{2}gt_{\text{caída}}^2 \Rightarrow t_{\text{caída}} = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

luego,

$$\boxed{h = \sqrt{2gH} \left(T - \sqrt{\frac{2H}{g}} \right)}$$

c) Ahora podemos entender el movimiento como una caída libre en distancia $(H+h)$:

$$H+h = v_0 T + \frac{1}{2} g T^2 \Rightarrow v_0 T = (H+h) - \frac{1}{2} g T^2$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{1}{T} \left(H+h - \frac{1}{2} g T^2 \right)$$