

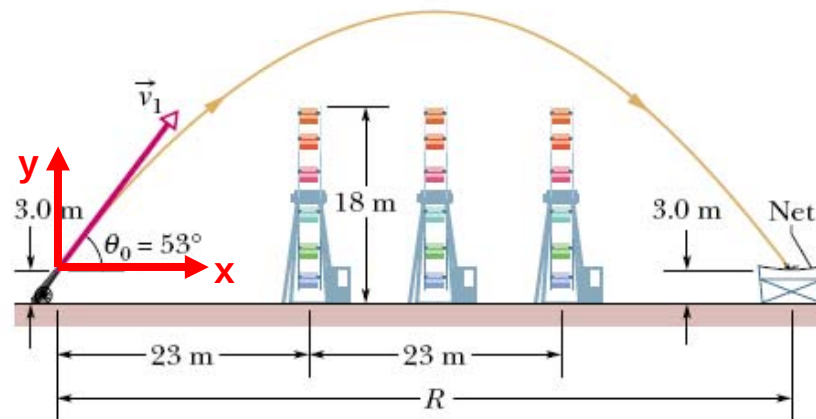
Movimiento en dos dimensiones

En 1922, uno de los Zacchinis, una famosa familia de circenses italianos, fue la primera “bala humana” disparada por un cañón. Para aumentar la espectacularidad del acto, la familia aumento gradualmente la distancia del vuelo, hasta que, en 1940, Emanuel Zacchini voló sobre tres ruedas de la fortuna, atravesando una distancia horizontal de 69 m.



¿Cómo pudo saber donde colocar la red y cómo pudo estar seguro que alcanzaría altura suficiente para no golpear las ruedas de la fortuna?





$$x_1 = y_1 = 0$$

Condiciones iniciales

$$v_1 = 26,5 \text{ m/s}$$

$$\theta_1 = 53^\circ$$

Ecuaciones de movimiento

$$x = v_1 \cos \theta_1 t$$

$$y = v_1 \sin \theta_1 t - \frac{1}{2} g t^2$$

¿Pasa por arriba de la primera rueda de la fortuna?

$$t_2 = \frac{x_2}{v_1 \cos \theta_1} \Rightarrow y_2 = v_1 \sin \theta_1 \left(\frac{x_2}{v_1 \cos \theta_1} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x_2}{v_1 \cos \theta_1} \right)^2$$

Evaluando

$$y_2 = (\tan 53^\circ)(23 \text{ m}) - \frac{(9,8 \text{ m/s}^2)(23 \text{ m})^2}{2(26,5 \text{ m/s})^2 (\cos 53^\circ)^2}$$

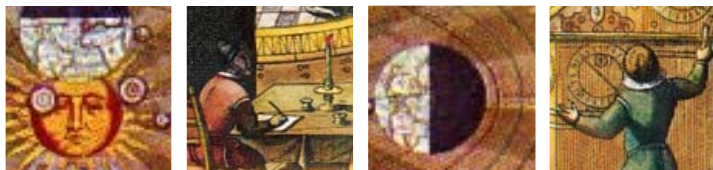
$$y_2 = 20,3 \text{ m}$$

Por lo tanto, el proyectil humano pasa 5,3 m por arriba de la primera rueda de la fortuna

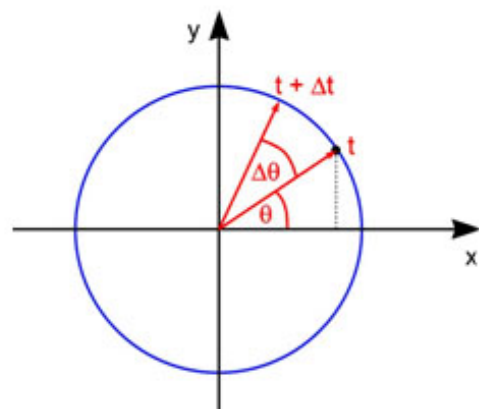
¿A qué distancia deben colocar la red?

$$R = \frac{2v_1^2 \sin \theta_1 \cos \theta_1}{g}$$

$$R = \frac{2(26,5 \text{ m/s})^2 \sin(53^\circ) \cos(53^\circ)}{9,8 \text{ m/s}^2} = 69 \text{ m}$$



MOVIMIENTO CIRCULAR



LA PARTÍCULA SE
MUEVE SOBRE UNA
CIRCUNFERENCIA

=> BASTA UN ÁNGULO
PARA DESCRIBIR SU
POSICIÓN

$$\text{VELOCIDAD ANGULAR} = \omega \equiv \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

SI EL MOVIMIENTO ES CIRCULAR UNIFORME

$$\Rightarrow \omega = \text{cte} = \frac{2\pi}{T}$$

DONDE T ES EL PERÍODO

UNIDADES

$$\omega = \left[\frac{\Delta \theta}{\Delta t} \right] = \left[\frac{\text{radianes}}{\text{s}} \right] = \left[\frac{1}{\text{s}} \right]$$

$$T = [\text{s}]$$

$$f = \text{frecuencia} \equiv \frac{1}{T} = \left[\frac{1}{\text{s}} \right] \equiv [\text{Hz}]$$

↑
Hertz

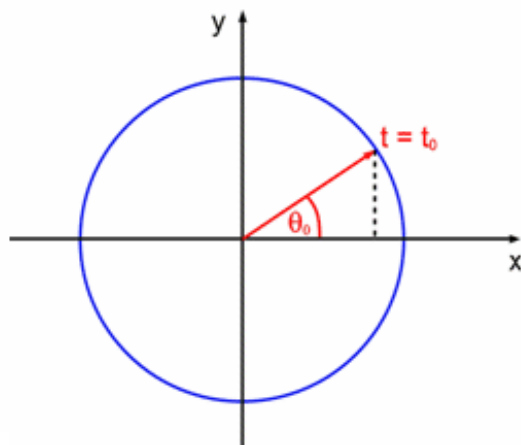


ANALOGÍA CON EL MOVIMIENTO 1-DIM

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta(t) = \theta_0 + \omega(t - t_0)}$$

θ_0 : POSICIÓN DE LA PARTÍCULA EN $t = t_0$



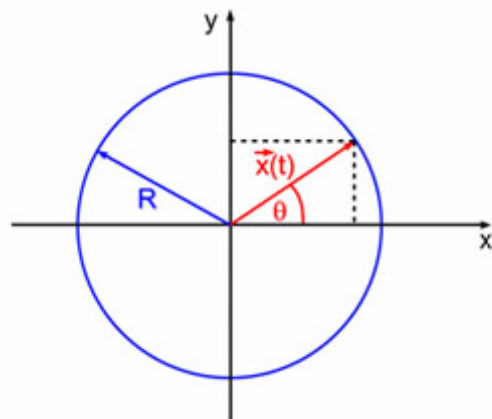
Si $t_0 = \theta_0 = 0$

$\Rightarrow$

$$\boxed{\theta = \omega t}$$



DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO EN COORDENADAS CARTESIANAS



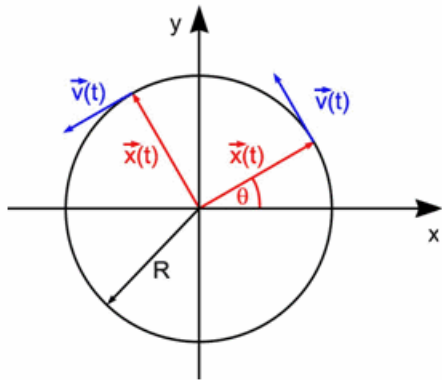
COORD. X : $x = R \cos \theta = R \cos \omega t$

COORD. Y : $y = R \sin \theta = R \sin \omega t$

$\therefore \vec{x}(t) = R (\cos \omega t, \sin \omega t)$



VELOCIDAD

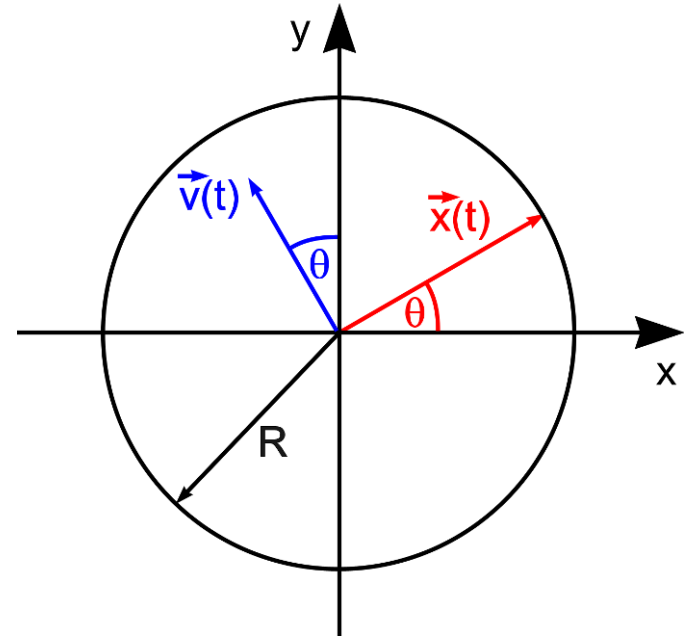


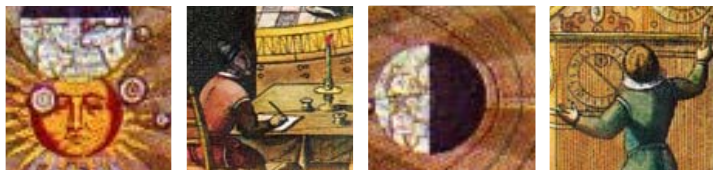
$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

$$\vec{v}(t) = R\omega (-\sin\omega t, \cos\omega t) \quad \vec{v} \text{ ES SIEMPRE TANGENTE A LA CIRCUNFERENCIA}$$

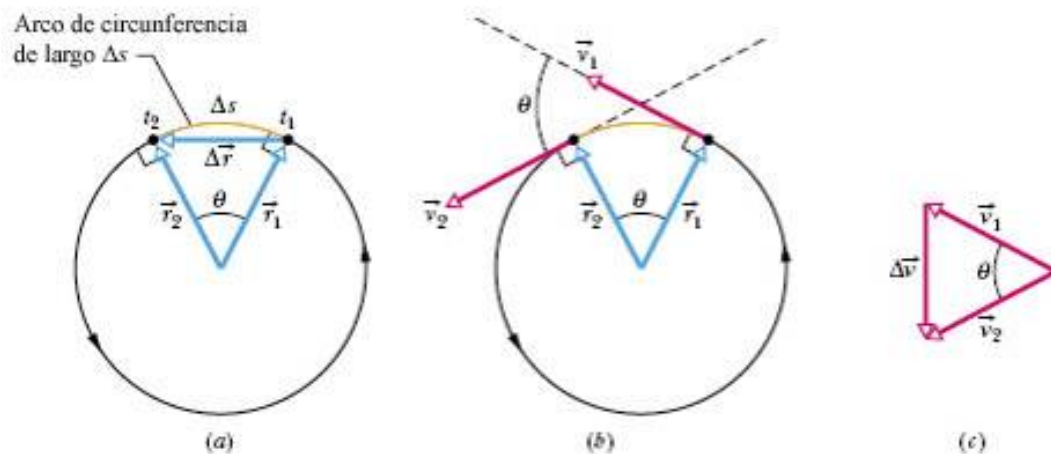
$$\Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{R^2\omega^2 \sin^2\omega t + R^2\omega^2 \cos^2\omega t}$$

$$|\vec{v}| = R\omega$$





Aceleración



Los triángulos en (a) y (c) son similares y se cumple

$$\text{sen } \theta = \frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta v}{v}$$

La aceleración de la partícula está dada por

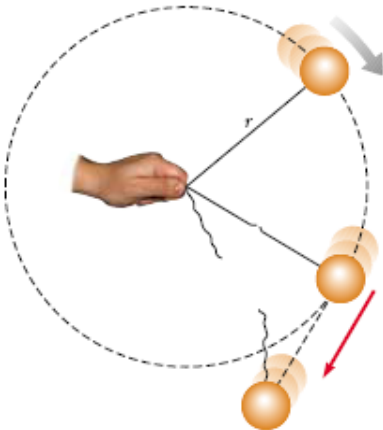
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r} \frac{\Delta r}{\Delta t} \approx \frac{v}{r} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$



SI NO EXISTIERA UNA ACELERACIÓN LA
PARTÍCULA SEGUIRÍA POR LA TANGENTE
A LA CIRCUNFERENCIA (PRINCIPIO DE INERCIA)

LA ACELERACIÓN LA "EMPUJA" HACIA EL
CENTRO

=> EXISTE UNA FUERZA QUE
MANTIENE A LA PARTÍCULA EN
SU TRAYECTORIA CIRCULAR



Si la cuerda se rompe, la
piedra saldrá volando tangente
a la circunferencia.

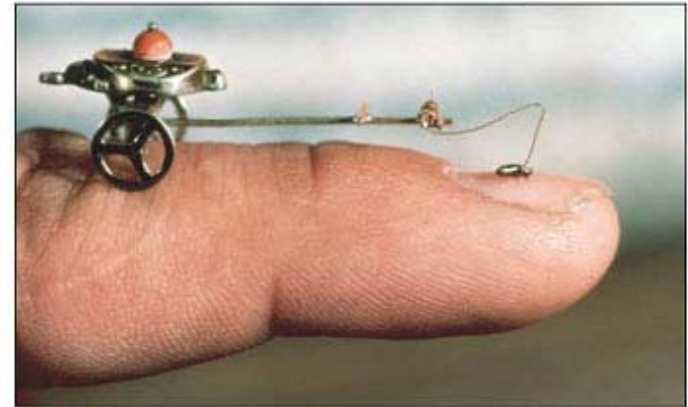


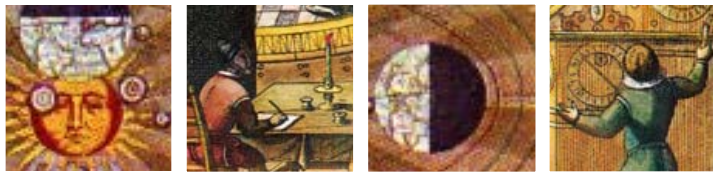
Dinámica

En 1997, María Fernanda Cardoso, una artista colombiana, creó un circo de pulgas entrenadas. Cardoso amarró un alambre delgado a Brutus, “la pulga más fuerte sobre la Tierra”, y la entrenó para que tirara un carrito. Luego, ella usó sonido y dióxido de carbono para conseguir que Brutus saltara. Videos muestran que cuando Brutus saltaba, el carrito se movía una distancia de 1 centímetro aprox. Está es una distancia asombrosa porque la masa del carrito era 160.000 veces mayor que la de la pulga.



¿Cómo es posible que una pulga tire un carro que tiene más de 160.000 veces su masa?





DINÁMICA

CINEMÁTICA = DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO

DINÁMICA = PREDICCIÓN DEL MOVIMIENTO

NEWTON "PHILOSOPHIAE NATURALIS
(1642-1727) PRINCIPIA MATHEMATICA"
(1686)

DEFINICIÓN I

MASA ES UNA MEDIDA DE LA CANTIDAD
DE MATERIA DE UN CUERPO

MASA ES UNA MEDIDA DE LA INERCIA
DE UN OBJETO

LA MASA ES PROPORCIONAL AL PESO



Isaac Newton (1642-1727)



DEFINICIÓN II

$$\underbrace{\text{CANTIDAD DE MOVIMIENTO}}_{\text{MOMENTUM}} = \underbrace{m \vec{v}}_{\vec{p}}$$

Si $m = \text{cte}$, EL MOMENTUM CAMBIA SI LA VELOCIDAD $\vec{v}$ CAMBIA DE DIRECCIÓN Y/O MAGNITUD

EL MOMENTUM TAMBIÉN CAMBIA SI LA MASA m VARIA. EJEMPLO: COHETE



DEFINICIÓN III

LA FUERZA DE INERCIA ES LA FUERZA
QUE OPONE UN CUERPO A VARIAR SU
ESTADO PRESENTE, YA SEA DE REPOSO
O DE MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME

ESTA FUERZA ES PROPORCIONAL A LA
MASA DEL OBJETO

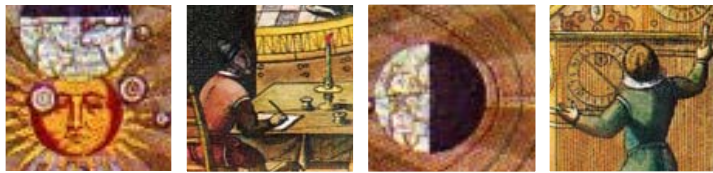


DEFINICIÓN IV

UNA FUERZA APLICADA ES UNA ACCIÓN
EJERCIDA SOBRE UN CUERPO A FIN DE
CAMBIAR SU ESTADO

ESTA FUERZA ES UNA ACCIÓN SOLAMENTE
Y NO PERMANECE EN EL CUERPO DESPUÉS
DE TERMINADA LA ACCIÓN

EL CUERPO MANTIENE SU NUEVO ESTADO
SÓLO POR SU **INERCIA** PERO LAS FUERZAS
APLICADAS SON DE ORIGEN DIFERENTE



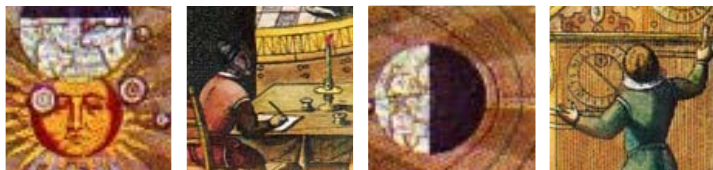
LEYES DE NEWTON

PRIMERA LEY (PRINCIPIO DE INERCIA)

UN CUERPO PERMANECE EN REPOSO
O EN MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME
A MENOS QUE SEA FORZADO A CAMBIAR
DE ESTADO POR LAS FUERZAS QUE
ACTÚAN SOBRE ÉL

UN CUERPO PERSISTE EN SU ESTADO DE
REPOSO O MOV. RECTILINEO UNIFORME
SOLO SI LA SUMA DE LAS FUERZAS QUE
ACTÚAN SOBRE ÉL SE ANULAN ENTRE SÍ

PRIMERA LEY $\equiv$ LEY DE INERCIA $\Rightarrow$ DEFINICIÓN
DE SISTEMAS INERCIALES

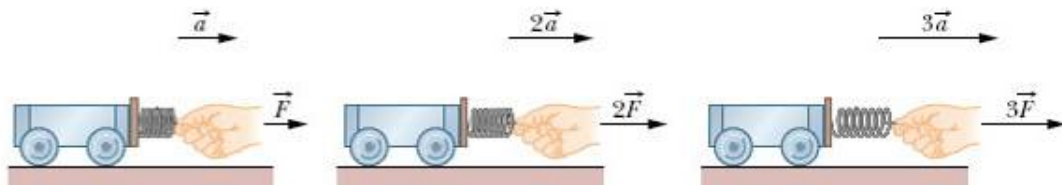


SEGUNDA LEY

EL CAMBIO DE MOMENTUM DE UNA PARTÍCULA ES PROPORCIONAL A LA FUERZA NETA QUE ACTÚA SOBRE ELLA Y APUNTA EN LA DIRECCIÓN DE LA LÍNEA GENERADA POR ESTA FUERZA NETA

$$\vec{F}_{\text{neta}} \equiv \sum_{k=1}^N \vec{F}_k = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

$$\vec{F}_{\text{neta}} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$



$$\text{Si } m = \text{cte} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

LA SEGUNDA LEY ES UNA PRESCRIPCIÓN DE
COMO PREDECIR EL MOVIMIENTO PERO
TODAVIA NO SABEMOS COMO EVALUAR
LA FUERZA NETA

$$\text{Si } \vec{F}_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \Delta\vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{cte}$$



TERCERA LEY (ACCIÓN - REACCIÓN)

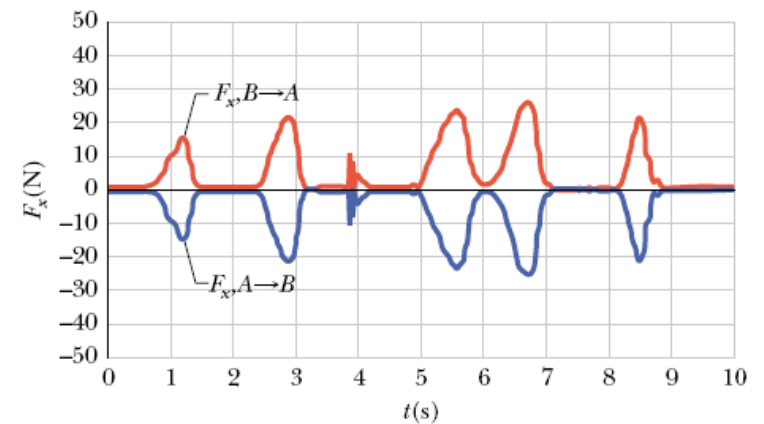
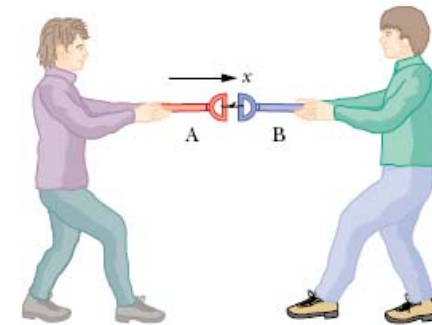
CUANDO UN OBJETO EJERCE UNA FUERZA SOBRE OTRO, ESTE ÚLTIMO EJERCE UNA FUERZA IGUAL EN MAGNITUD Y OPUESTA EN SENTIDO SOBRE EL PRIMERO

¡LAS FUERZAS DE ACCIÓN Y REACCIÓN ACTÚAN SOBRE CUERPOS DISTINTOS!

UNIDADES

$$1 \text{ NEWTON} = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1 \text{ N}$$

1N ES LA FUERZA QUE SE DEBE APLICAR A UN CUERPO DE 1 Kg DE MASA PARA TRANSMITIRLE UNA ACELERACIÓN DE 1 m/s^2



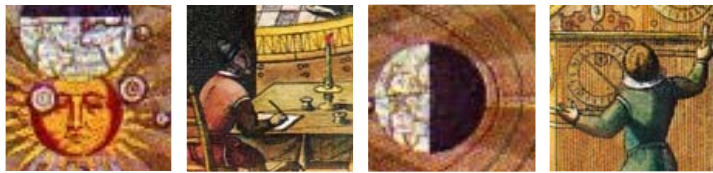


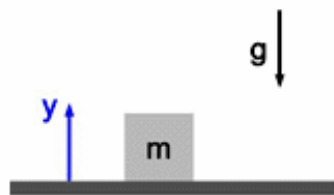
DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE (DCL)

- 1^{er} PASO : AISLAR CADA UNO DE
LOS CUERPOS
- 2^{do} PASO : DIBUJAR TODAS LAS FUERZAS
Y REACCIONES INVOLUCRADAS
- 3^{er} PASO : APLICAR LA 2ª LEY DE NEWTON



EJEMPLOS

①



DCL



2ª ley de Newton

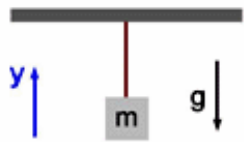
$$N - mg = 0$$

$\Rightarrow$

$$N = mg$$

REACCIÓN DEL PISO

②



DCL



$$T - mg = 0$$

$\Rightarrow$

$$T = mg$$

TENSIÓN DE LA CUERDA

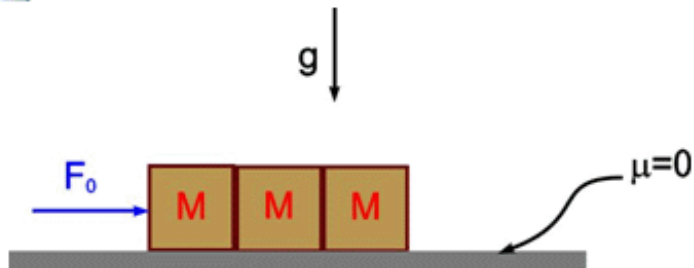
DCL DE LA CUERDA



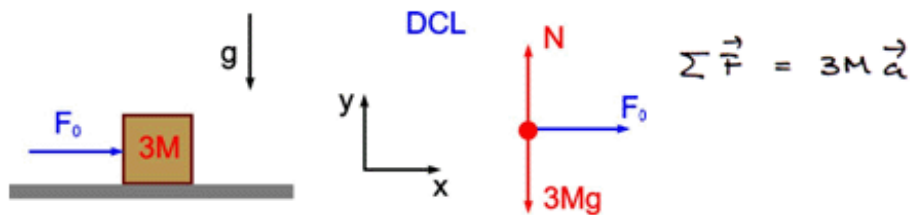
ACCIÓN Y REACCIÓN



EJEMPLO



DCL DE LA 3 MASAS



Eje x:

$$F_0 = 3M a_x$$

$\Rightarrow$

$$a_x = \frac{F_0}{3M}$$

Eje y:

$$N - 3Mg = 0$$

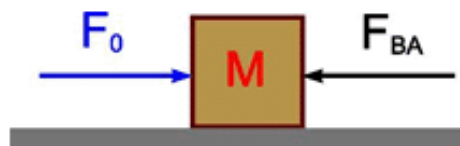
$\Rightarrow$

$$N = 3Mg$$

TODAS LAS MASAS SE MUEVEN CON LA MISMA
ACELERACION $a_x = \frac{F_0}{3M}$



DCL MASA A



F_{BA} = FUERZA DE
CONTACTO DE B.
SOBRE A

(2ª LEY)

$$F_0 - F_{BA} = M a_x$$

ES LA ACCELERACIÓN
DEL CONJUNTO

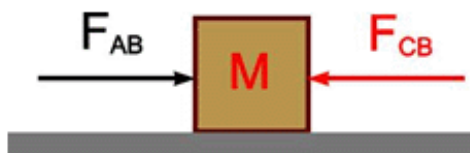
$$a_x = \frac{F_0}{3M}$$

$$F_0 - F_{BA} = M \frac{F_0}{3M}$$

$$F_{BA} = \frac{2}{3} F_0$$



DCL MASA B



F_{CB} = FUERZA DE CONTACTO
DE C SOBRE B

$$|\vec{F}_{AB}| = |\vec{F}_{BA}| \quad \text{POR 3ª LEY}$$

ENTONCES

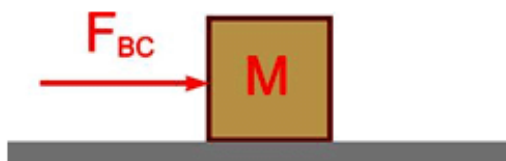
$$F_{AB} - F_{CB} = M \left(\frac{F_0}{3M} \right)$$

$$\frac{2}{3} F_0 - F_{CB} = \frac{F_0}{3}$$

$$F_{CB} = \frac{F_0}{3}$$



DCL MASA C



$$3^{\text{a}} \text{ LEY} \Rightarrow |\vec{F}_{BC}| = |\vec{F}_{CB}|$$

ENTONCES

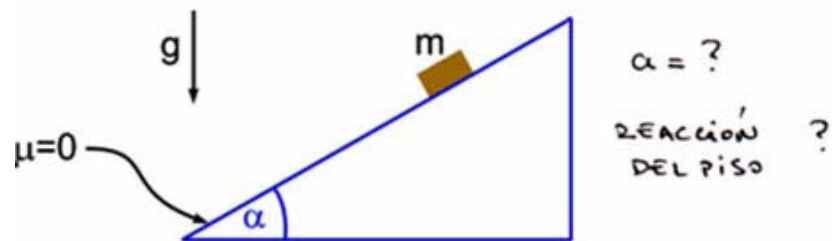
$$\vec{F}_{BC} = M a$$

$$\vec{F}_{BC} = M \left(\frac{\vec{F}_0}{3M} \right)$$

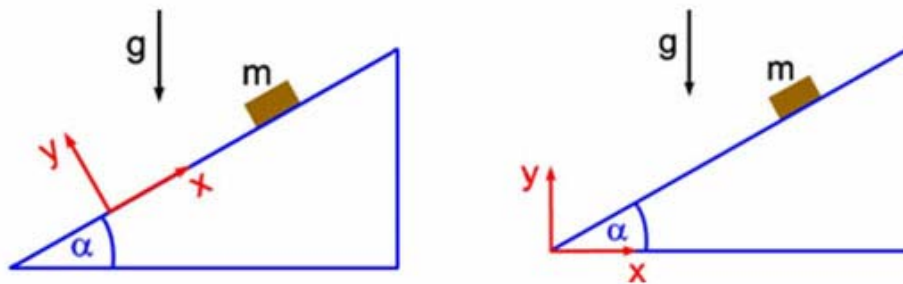
$$\boxed{\vec{F}_{BC} = \frac{\vec{F}_0}{3}}$$



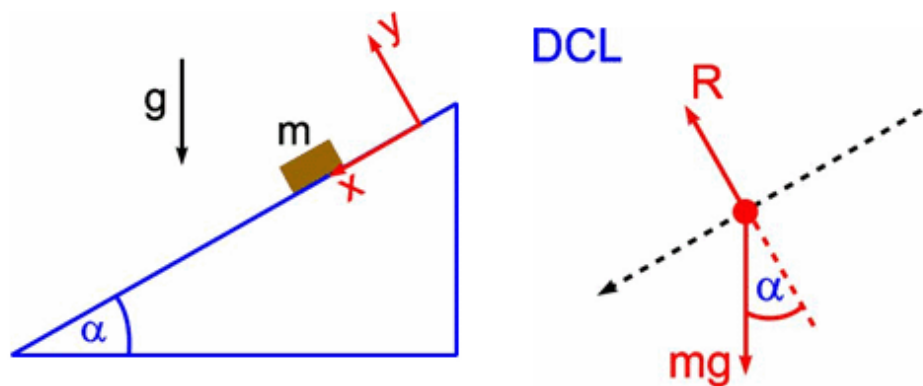
PLANO INCLINADO



SOL



POSIBLES SISTEMAS DE REFERENCIA



2ª LEY

Eje x :

$$Mg \sen \alpha = M a_x$$

$$a_x = g \sen \alpha$$

Eje y :

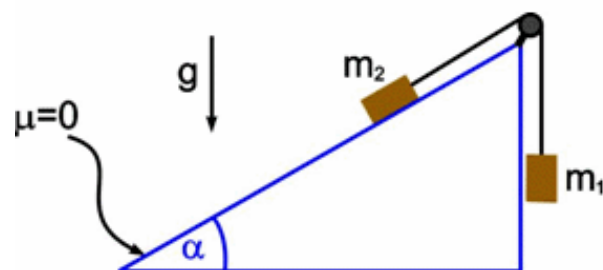
$$R - Mg \cos \alpha = 0$$

$$R = Mg \cos \alpha$$

NO HAY
ACELERACIÓN
EJE Y

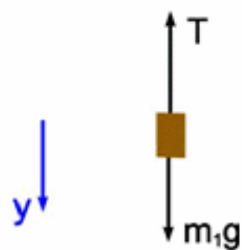


POLEA + PLANO INCLINADO



$a = ?$
TENSION ?
VERDA

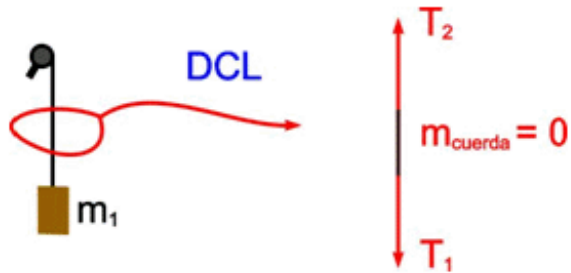
DCL m_1



$$m_1 g - T = m_1 a \quad (1)$$



ANALICEMOS QUÉ SUCEDE EN LA CUERDA

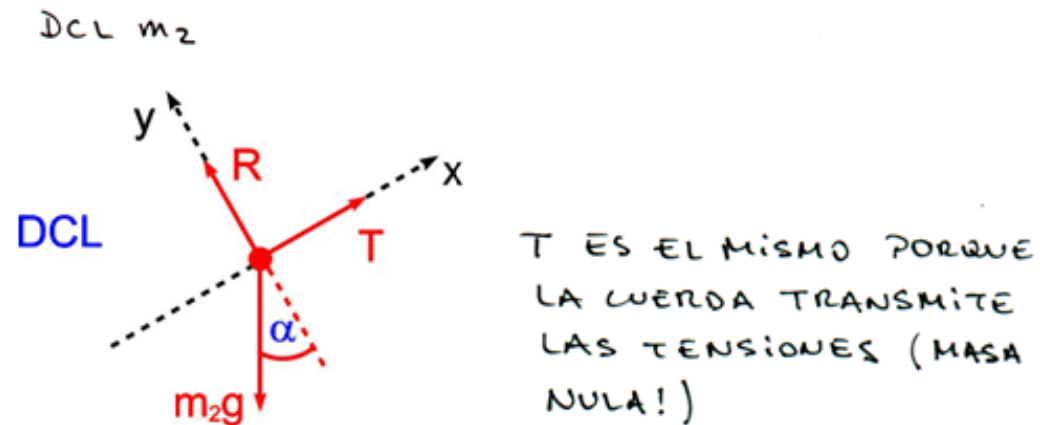


2ª LEY:

$$T_2 - T_1 = \cancel{m_{\text{cuerda}}} \cdot a \rightarrow 0$$

$$\therefore T_1 = T_2$$

UNA CUERDA IDEAL CON MASA NULA O MEJOR
DICHLO DESPRECIABLE FRENTE A LOS VALORES
DE LAS OTRAS MASAS TRANSMITE LAS
TENSIONES EN TODA SU MAGNITUD

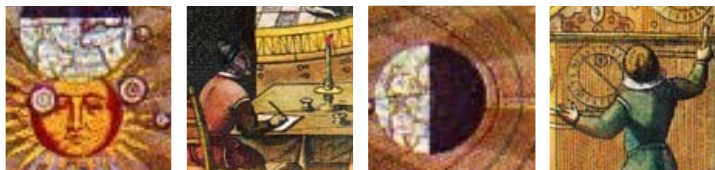


CUERDA IDEAL $\Rightarrow$ INEXTENSIBLE

$\Rightarrow$ ACELERACIÓN ES LA MISMA
PARA AMBAS MASAS

Eje x: $T - m_2 g \sen \alpha = m_2 a \quad (2)$

Eje y: $R - m_2 g \cos \alpha = 0$



DE (1) SE TIENE

$$T = m_1 (g - a) \quad (3)$$

REEMPLAZANDO EN (2)

$$m_1 (g - a) - m_2 g \sin \alpha = m_2 a$$

$$g(m_1 - m_2 \sin \alpha) = (m_1 + m_2) a$$

$$a = \frac{(m_1 - m_2 \sin \alpha) g}{m_1 + m_2}$$

REEMPLAZANDO EN (3)

$$T = m_1 g \left[1 - \frac{(m_1 - m_2 \sin \alpha)}{m_1 + m_2} \right]$$

$$T = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2} \left[\cancel{m_1 + m_2} - \cancel{m_1 + m_2} \sin \alpha \right]$$

$$T = \frac{m_1 m_2 (1 + \sin \alpha) g}{m_1 + m_2}$$