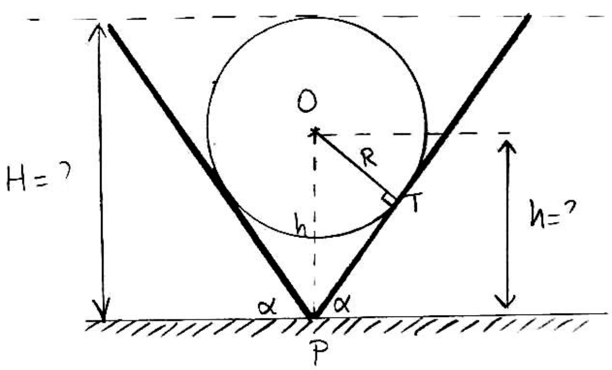
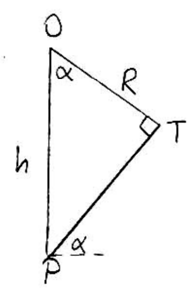
::::: SOLUCIÓN CONTROL 1 ::::: FÍSICA I ::::: 04 Enero 2008
::::: Profesor: Andrés Meza

PROBLEMA # 1



a) El punto T es tangente a la canaleta, por lo que el trazo $\overline{OT}$, al ser radio, es perpendicular

Así, se forma el triángulo:



$$\cos\alpha = \frac{R}{h}$$

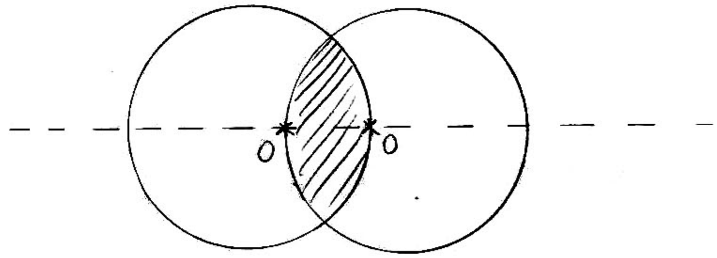
$$\Longrightarrow \boxed{h = \frac{R}{\cos\alpha}}$$

b) El nivel mínimo de agua para cubrir la esfera, va dado por H = R+h, que en término de los datos.

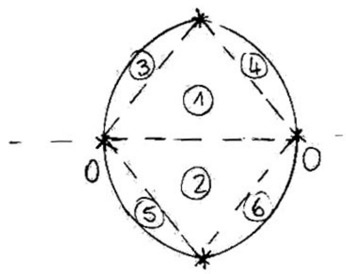
$$H = R + h \Longrightarrow H = R + \frac{R}{\cos\alpha}$$

$$\Longrightarrow \boxed{H = R\left(1 + \frac{1}{\cos\alpha}\right)}$$

PROBLEMA #2

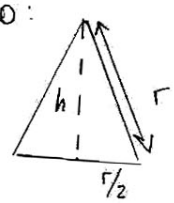


Podemos descomponer la intersección de los círculos en:



- 2 triángulos: 1 y 2
- 4 segmentos circulares: 3, 4, 5 y 6

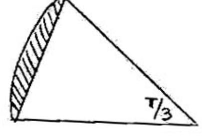
Los triángulos son equiláteros de lado r, por lo que el área se obtiene como:



$$\acute{A} = \frac{1}{2} \cdot \underbrace{\text{base}}_{r} \cdot \underbrace{\text{Altura}}_{\frac{r\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \acute{A}_T = \frac{1}{4} r^2 \sqrt{3}.$$

$$\left(h^2 + \frac{r^2}{4} = r^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} r\sqrt{3} \right)$$

Los segmentos circulares se descomponen en un sector de ángulo $\pi/3$ (60°) y un triángulo equilátero.



$$\acute{A}_{sector} = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{3}\right) r^2 = \frac{1}{6}\pi r^2 \text{ (un sexto de círculo)}$$

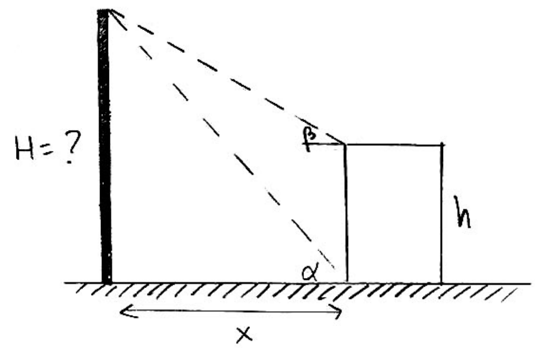
$$\Rightarrow \acute{A}_{segmento} = \frac{\pi r^2}{6} - \frac{r^2\sqrt{3}}{4}.$$

luego, el área de la región achurada se obtiene como:

$$
\begin{aligned}
A' &= 2A'_{triángulo} + 4A'_{segmento} \\
&= 2\left(\frac{r^2\sqrt{3}}{4}\right) + 4\left(\frac{\pi r^2}{6} - \frac{r^2\sqrt{3}}{4}\right) \\
&= \frac{r^2\sqrt{3}}{2} + \frac{2\pi r^2}{3} - r^2\sqrt{3} \\
&= \frac{2\pi r^2}{3} - \frac{r^2\sqrt{3}}{2} \\
&= r^2\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)
\end{aligned}
$$

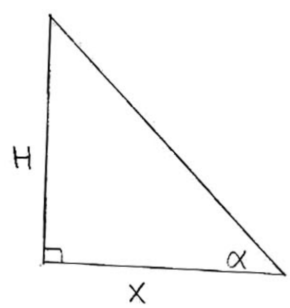
$$\Longrightarrow \boxed{A' = \frac{r^2}{6}\left(4\pi - 3\sqrt{3}\right)}$$

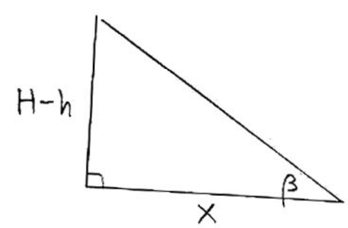
PROBLEMA # 3



Usaremos como variable auxiliar a la distancia entre la columna y el edificio, que denotaremos por x

Tenemos dos triángulos en la figura:





1) $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{H}{x} \Rightarrow x = \dfrac{H}{\operatorname{tg}\alpha}$

2) $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{H-h}{x} \Rightarrow x = \dfrac{H-h}{\operatorname{tg}\beta}$

Igualando,

$$\frac{H}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{H-h}{\operatorname{tg}\beta} \Rightarrow H\operatorname{tg}\beta = H\operatorname{tg}\alpha - h\operatorname{tg}\alpha$$

$$\Rightarrow H\operatorname{tg}\alpha - H\operatorname{tg}\beta = h\operatorname{tg}\alpha \Rightarrow \boxed{H = h\left(\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}\right)}$$