

Dinámica

En 1996 y 1997, María Fernanda Cardoso, una artista colombiana, creó un circo de pulgas entrenadas. Cardoso amarró un alambre delgado a Brutus, "la pulga más fuerte sobre la Tierra", y la entrenó para que tirara un carrito. Luego, ella usó sonido y dióxido de carbono para conseguir que Brutus saltara. Videos muestran que cuando Brutus saltaba, el carrito se movía una distancia de 1 centímetro aprox. Está es una distancia asombrosa porque la masa del carrito era 160.000 veces más grande que la de la pulga.



¿Cómo es posible que una pulga tire un carro que tiene más de 160.000 veces su masa?



111

DINÁMICA

CINEMÁTICA = DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO

DINÁMICA = PREDICCIÓN DEL MOVIMIENTO

NEWTON "PHILOSOPHIAE NATURALIS
(1642-1727) PRINCIPIA MATHEMATICA"
(1686)

DEFINICIÓN I

MASA ES UNA MEDIDA DE LA CANTIDAD
DE MATERIA DE UN CUERPO

MASA ES UNA MEDIDA DE LA INERCIA
DE UN OBJETO

LA MASA ES PROPORCIONAL AL PESO



Isaac Newton (1642-1727)

112

DEFINICIÓN II

$$\underbrace{\text{CANTIDAD DE MOVIMIENTO}}_{\text{MOMENTUM}} = \underbrace{m \vec{v}}_{\vec{p}}$$

Si $m = \text{cte}$, EL MOMENTUM CAMBIA SI LA VELOCIDAD $\vec{v}$ CAMBIA DE DIRECCIÓN Y/O MAGNITUD

EL MOMENTUM TAMBIÉN CAMBIA SI LA MASA m VARIA. EJEMPLO: COHETE

113

DEFINICIÓN III

LA FUERZA DE INERCIA ES LA FUERZA QUE OPONE UN CUERPO A VARIAR SU ESTADO PRESENTE, YA SEA DE REPOSO.

O DE MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME

ESTA FUERZA ES PROPORCIONAL A LA MASA DEL OBJETO

114

DEFINICIÓN IV

UNA FUERZA APLICADA ES UNA ACCIÓN EJERCIDA SOBRE UN CUERPO A FIN DE CAMBIAR SU ESTADO

ESTA FUERZA ES UNA ACCIÓN SOLAMENTE Y NO PERMANECE EN EL CUERPO DESPUÉS DE TERMINADA LA ACCIÓN

EL CUERPO MANTIENE SU NUEVO ESTADO SÓLO POR SU **INERCI**A PERO LAS FUERZAS APLICADAS SON DE ORIGEN DIFERENTE

115

LEYES DE NEWTON

PRIMERA LEY (PRINCIPIO DE INERCI

UN CUERPO PERMANECE EN REPOSO O EN MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME A MENOS QUE SEA FORZADO A CAMBIAR DE ESTADO POR LAS FUERZAS QUE ACTÚAN SOBRE ÉL

UN CUERPO PERSISTE EN SU ESTADO DE REPOSO O MOV. RECTILÍNEO UNIFORME SOLO SI LA SUMA DE LAS FUERZAS QUE ACTÚAN SOBRE ÉL SE ANULAN ENTRE SÍ

PRIMERA LEY $\equiv$ LEY DE INERCI

$\Rightarrow$ DEFINICIÓN DE SISTEMAS INERCIALES

116

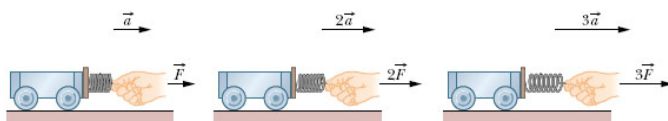
SEGUNDA LEY

EL CAMBIO DE MOMENTUM DE UNA PARTÍCULA ES PROPORCIONAL A LA FUERZA NETA QUE ACTÚA SOBRE ELLA Y APUNTA EN LA DIRECCIÓN DE LA LÍNEA GENERADA POR ESTA FUERZA NETA

$$\vec{F}_{\text{net}} \equiv \sum_{k=1}^N \vec{F}_k = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

$$\vec{F}_{\text{net}} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

117



Si $m = \text{cte} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$

LA SEGUNDA LEY ES UNA PRESCRIPCIÓN DE COMO PREDECIR EL MOVIMIENTO PERO TODAVIA NO SABEMOS COMO EVALUAR LA FUERZA NETA

Si $\vec{F}_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \Delta \vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{cte}$

118

TERCERA LEY (ACCIÓN-REACCIÓN)

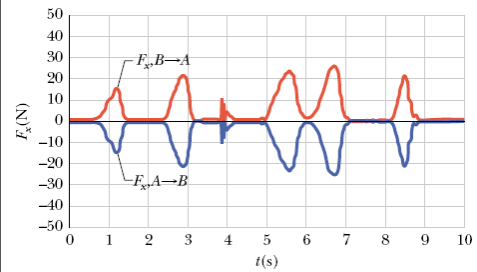
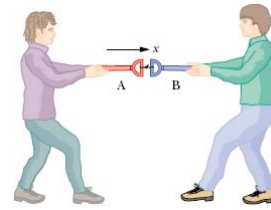
CUANDO UN OBJETO EJERCE UNA FUERZA SOBRE OTRO, ESTE ÚLTIMO EJERCE UNA FUERZA IGUAL EN MAGNITUD Y OPUESTA EN SENTIDO SOBRE EL PRIMERO

¡LAS FUERZAS DE ACCIÓN Y REACCIÓN ACTÚAN SOBRE CUERPOS DISTINTOS!

UNIDADES

$$1 \text{ NEWTON} = 1 \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1 \text{ N}$$

1 N ES LA FUERZA QUE SE DEBE APLICAR A UN CUERPO DE 1 kg DE MASA PARA TRANSMITIRLE UNA ACELERACIÓN DE 1 m/s^2



119

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE (DCL)

1er PASO : AISLAR CADA UNO DE LOS CUERPOS

2do PASO : DIBUJAR TODAS LAS FUERZAS Y REACCIONES INVOLUCRADAS

3er PASO : APLICAR LA 2ª LEY DE NEWTON

120

EJEMPLOS

①

2ª ley de Newton

DCL

$N - mg = 0$

$\Rightarrow$ $N = mg$

REACCIÓN DEL PISO

②

DCL

$T - mg = 0$

$\Rightarrow$ $T = mg$

TENSIÓN DE LA CUERDA

DCL DE LA CUERDA

ACCIÓN Y REACCIÓN

121

EJEMPLO

g

F_0

M M M

$\mu=0$

DCL DE LA 3 MASAS

F_0

g

DCL

N

F_0

$3Mg$

$\Sigma \vec{F} = 3M \vec{a}$

Eje x:

$F_0 = 3M a_x \Rightarrow a_x = \frac{F_0}{3M}$

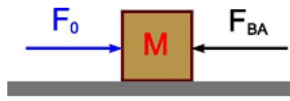
Eje y:

$N - 3Mg = 0 \Rightarrow N = 3Mg$

TODAS LAS MASAS SE MUEVEN CON LA MISMA ACELERACIÓN $a_x = \frac{F_0}{3M}$

122

DCL MASA A



$\vec{F}_{BA}$ = FUERZA DE CONTACTO DE B SOBRE A

(2ª LEY)

$$F_0 - F_{BA} = M a_x$$

ES LA ACCELERACIÓN DEL CONJUNTO

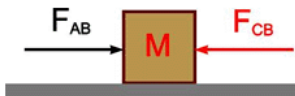
$$a_x = \frac{F_0}{3M}$$

$$F_0 - F_{BA} = M \frac{F_0}{3M}$$

$$F_{BA} = \frac{2}{3} F_0$$

123

DCL MASA B



$\vec{F}_{CB}$ = FUERZA DE CONTACTO DE C SOBRE B

$$|\vec{F}_{AB}| = |\vec{F}_{BA}| \text{ POR 3ª LEY}$$

ENTONCES

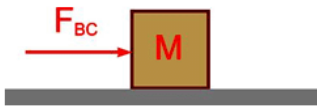
$$F_{AB} - F_{CB} = M \left(\frac{F_0}{3M} \right)$$

$$\frac{2}{3} F_0 - F_{CB} = \frac{F_0}{3}$$

$$F_{CB} = \frac{1}{3} F_0$$

124

DEL MASA C



$$3^{\text{a}} \text{ LEY} \Rightarrow |\vec{F}_{BC}| = |\vec{F}_{CB}|$$

ENTONCES

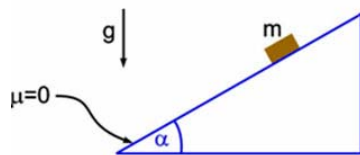
$$\vec{F}_{BC} = M a$$

$$\vec{F}_{BC} = M \left(\frac{\vec{F}_0}{3M} \right)$$

$$\vec{F}_{BC} = \frac{\vec{F}_0}{3}$$

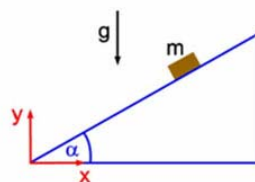
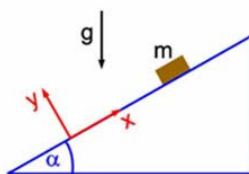
125

PLANO INCLINADO



$\alpha = ?$
 REACCIÓN
 DEL PISO ?

SOL



POSIBLES SISTEMAS DE REFERENCIA

126

DCL

2ª LEY

Eje x : $Mg \sin \alpha = Ma_x$
 $a_x = g \sin \alpha$

Eje y : $R - Mg \cos \alpha = 0$ ← NO HAY ACCELERACIÓN EJE Y
 $R = Mg \cos \alpha$

127

POLEA + PLANO INCLINADO

$\mu=0$

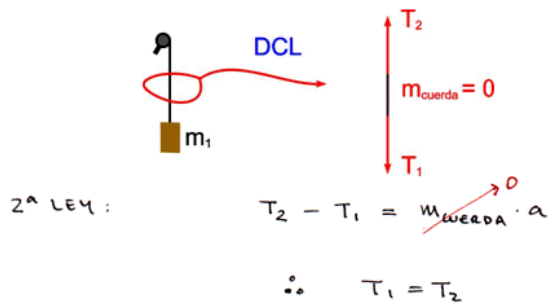
$a = ?$
TENSION ?
¿VERDA?

DCL m_1

$m_1 g - T = m_1 a \quad (1)$

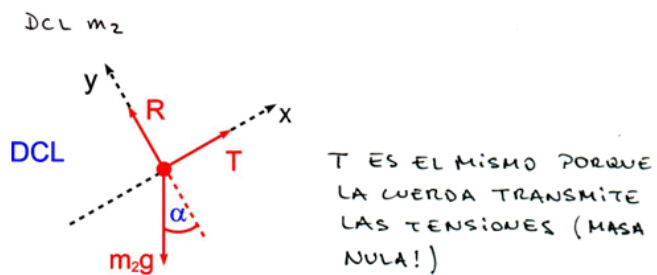
128

ANALICEMOS QUÉ SUCEDE EN LA CUERDA



UNA CUERDA IDEAL CON MASA NULA O MEJOR DICHO DESPRECIABLE FRENTE A LOS VALORES DE LAS OTRAS MASAS TRANSMITE LAS TENSIONES EN TODA SU MAGNITUD

129



CUERDA IDEAL $\Rightarrow$ INEXTENSIBLE

$\Rightarrow$ ACELERACIÓN ES LA MISMA PARA AMBAS MASAS

Eje x: $T - m_2 g \sin \alpha = m_2 a \quad (2)$

Eje y: $R - m_2 g \cos \alpha = 0$

130

DE (1) SE TIENE

$$T = m_1(g - a) \quad (3)$$

REEMPLAZANDO EN (2)

$$m_1(g - a) - m_2 g \sin \alpha = m_2 a$$

$$g(m_1 - m_2 \sin \alpha) = (m_1 + m_2) a$$

$$a = \frac{(m_1 - m_2 \sin \alpha)g}{m_1 + m_2}$$

REEMPLAZANDO EN (3)

$$T = m_1 g \left[1 - \frac{(m_1 - m_2 \sin \alpha)}{m_1 + m_2} \right]$$

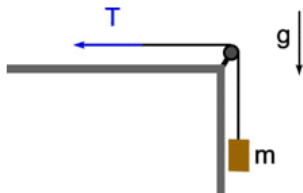
$$T = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2} \left[m_1 + m_2 - m_1 + m_2 \sin \alpha \right]$$

$$T = \frac{m_1 m_2 (1 + \sin \alpha) g}{m_1 + m_2}$$

131

EJEMPLO

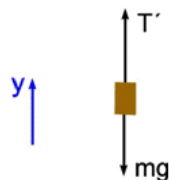
UNA MASA SE SOSTIENE MEDIANTE UNA CUERDA IDEAL QUE PASA POR UNA POLEA SIN ROCE. CALCULAR:



i) TENSION DE LA CUERDA

ii) FUERZA SOBRE EL EJE DE LA POLEA

i) DCL DE M



$$T' - mg = 0$$

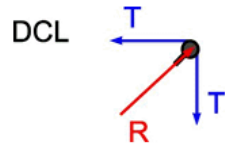
$$T' = mg$$

COMO LA CUERDA ES IDEAL

$$|\vec{T}| = |\vec{T}'|$$

132

ii)



COMO LA POLEA ESTÁ EN REPOSO LA SUMA DE LAS FUERZAS ACTUANDO SOBRE ELLA DEBE SER NULA (2ª LEY)

$$\Rightarrow R_x - T = 0 \Rightarrow R_x = T$$

$$R_y - T = 0 \Rightarrow R_y = T$$

$$\therefore \vec{R} = (T, T)$$

FUERZA SOBRE EL EJE
DE LA POLEA

133

EJEMPLO

UNA PERSONA DE MASA m ESTÁ DE PIE EN UN ASCENSOR.

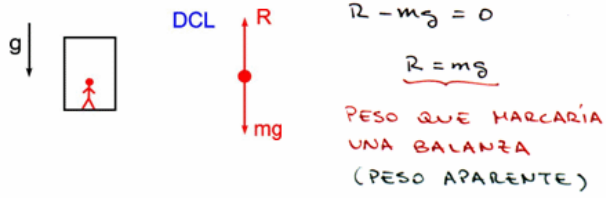
CALCULE LA REACCIÓN DEL PISO SOBRE LA PERSONA EN LOS SIGUIENTES CASOS:

- i) EL ASCENSOR ESTÁ EN REPOSO
- ii) EL ASCENSOR TIENE UNA ACELERACIÓN a_0 HACIA ARRIBA
- iii) EL ASCENSOR CAE CON UNA ACELERACIÓN a_1

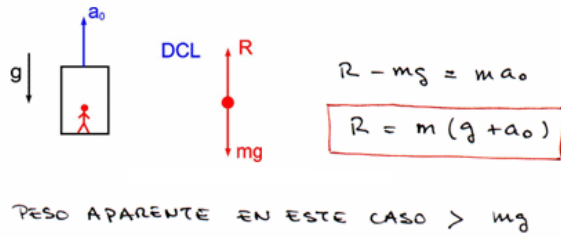
134

SOL

i) DCL

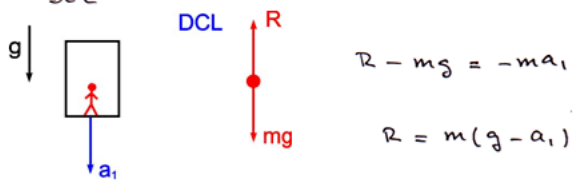


ii)



135

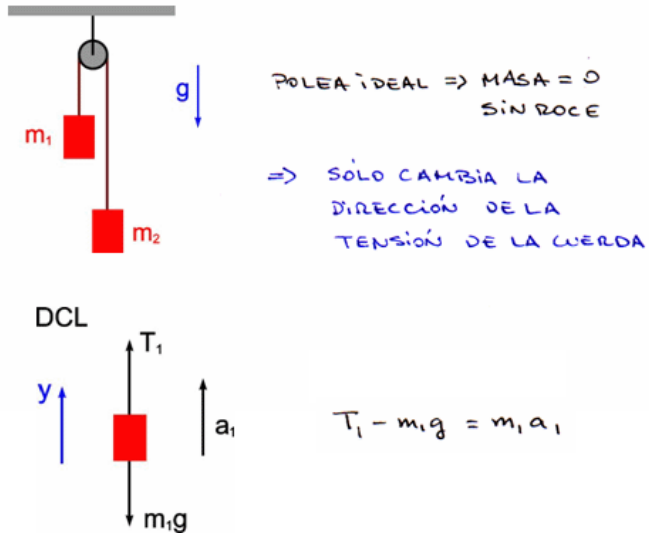
iii) DCL



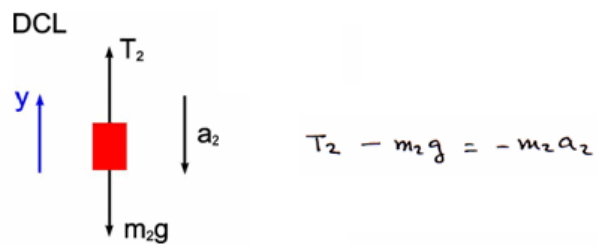
Si $a_1 = g$ EL PESO APARENTE ES CERO
LA PERSONA FLOTA EN EL ASCENSOR

136

MAQUINA DE ATWOOD



137



CUERDA IDEAL + POLEA IDEAL

$$\Rightarrow T_1 = T_2 = T$$

$$a_1 = a_2 = a$$

ENTONCES

$$T - m_1g = m_1a$$

$$T - m_2g = -m_2a$$

138

RESTANDO ESTAS ECUACIONES

$$-m_1 g + m_2 g = m_1 a + m_2 a$$

$$(m_2 - m_1) g = a (m_1 + m_2)$$

$$a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) g$$

POR LO TANTO

$$T = m_1 g + m_1 a$$

$$T = m_1 g \left[1 + \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right]$$

139

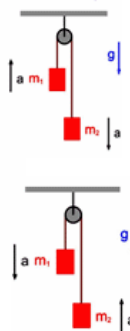
$$T = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2} [m_2 + \cancel{m_1} + m_2 - \cancel{m_1}]$$

$$T = \frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

CASOS :

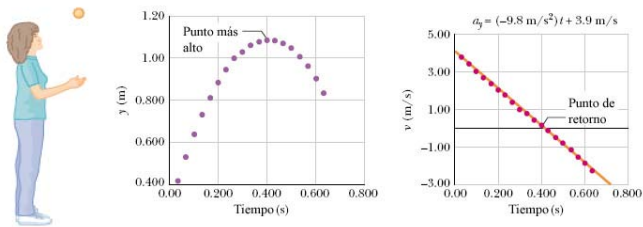
$$m_2 > m_1 \Rightarrow a > 0$$

$$m_2 < m_1 \Rightarrow a < 0$$

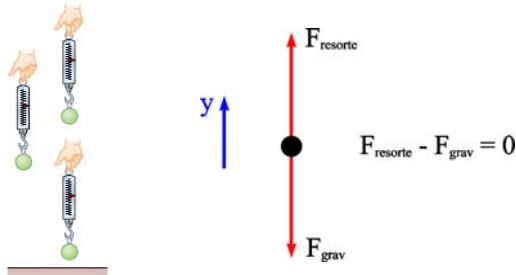


140

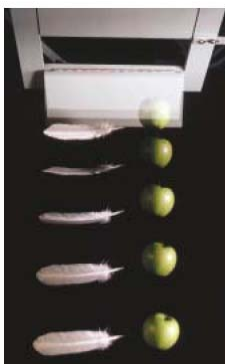
Fuerza gravitacional y Peso



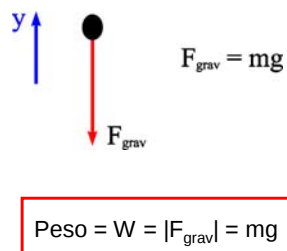
Una pelota de masa m es lanzada cerca de la superficie de la Tierra, ¿cuál es su aceleración?



142

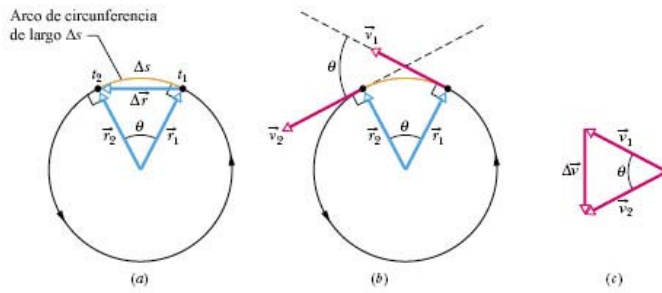


En el vacío una pluma y una manzana en caída libre experimentan la misma aceleración.



143

Segunda Ley de Newton y Movimiento Circular Uniforme



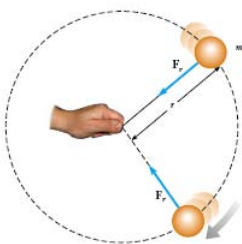
Los triángulos en (a) y (c) son similares y se cumple

$$\sin \theta = \frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta v}{v}$$

La aceleración de la partícula está dada por

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r} \frac{\Delta r}{\Delta t} \approx \frac{v}{r} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$

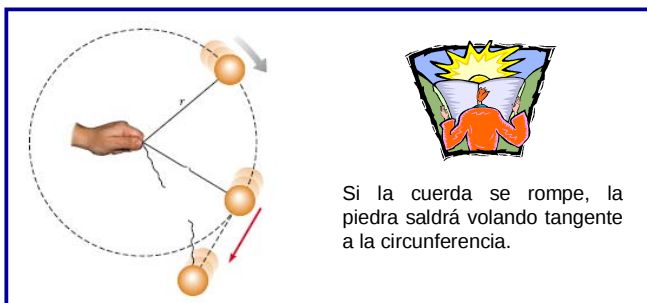
144



Aplicando la Segunda Ley de Newton

$$F_r = ma_c = m \frac{v^2}{r}$$

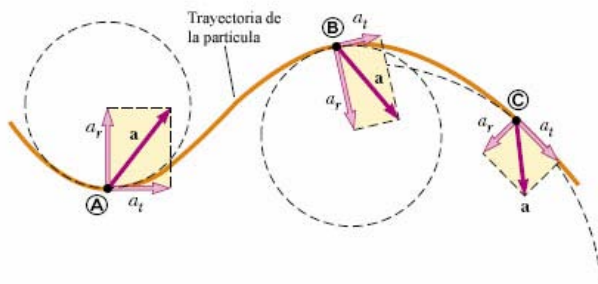
F_r es la fuerza causante de la aceleración



Si la cuerda se rompe, la piedra saldrá volando tangente a la circunferencia.

145

Movimiento Circular NO-Uniforme



La aceleración de la partícula está dada por

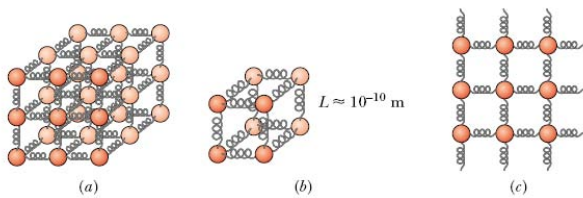
$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$$

donde $\vec{a}_t$ es la componente tangente a la trayectoria de la aceleración y $\vec{a}_r$ es la componente en la dirección del radio de curvatura de la trayectoria.

146

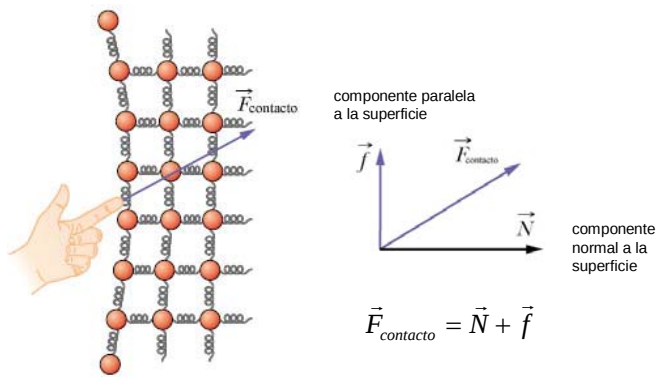
Fuerzas de contacto

Modelo simple para los sólidos = esferas (átomos) unidas por resortes que representan los enlaces atómicos

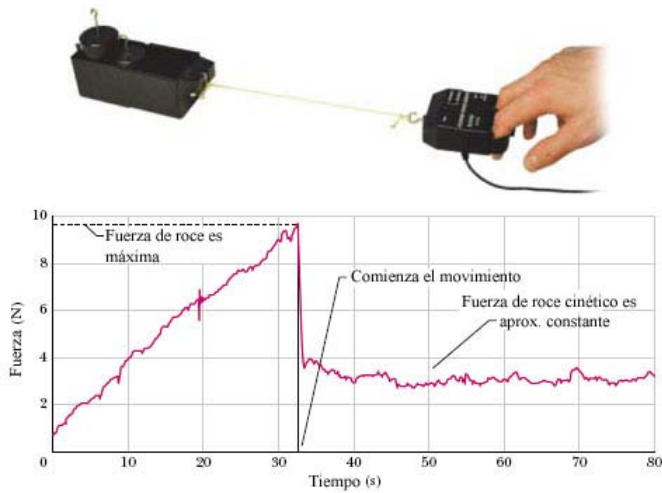


Por la Tercera Ley de Newton, al aplicar una fuerza sobre un sólido éste ejerce una fuerza de la misma magnitud en dirección opuesta.

147



Fuerza de roce



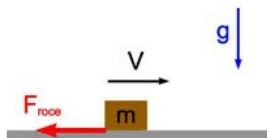
FUERZAS DE ROCE

EVIDENCIA EXPERIMENTAL

- (1) LA FUERZA DE ROCE ES INDEPENDIENTE DEL TAMAÑO DE LAS SUPERFICIES EN CONTACTO.
- (2) LA FUERZA DE ROCE ES PROPORCIONAL A LA FUERZA NORMAL (PERPENDICULAR) A LAS SUPERFICIES EN CONTACTO.
- (3) LA FUERZA REQUERIDA PARA MOVER UN OBJETO EN REPOSO ES GENERALMENTE MAYOR QUE LA FUERZA NECESARIA PARA MANTENERLO EN MOVIMIENTO CON VELOCIDAD CONSTANTE.

150

ROCE CINEMÁTICO O DINÁMICO



$$F_{roce} = \mu_k N$$

LEY EMPÍRICA QUE
RELACIONA EL MÓDULO
DE LA FUERZA DE ROCE
CON EL VALOR DE LA
NORMAL

μ_k = COEFICIENTE DE ROCE CINEMÁTICO

151

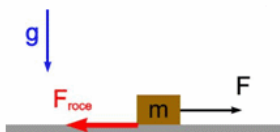
μ_k DEPENDE DEL TIPO DE SUPERFICIES
EN CONTACTO PERO NO DEPENDE
DEL ÁREA DE CONTACTO

$\vec{F}_{roce}$ ES PARALELA A LA SUPERFICIE
DE CONTACTO Y APUNTA EN LA
DIRECCIÓN OPUESTA AL MOVIMIENTO
RELATIVO DE LOS CUERPOS

μ_k ES INDEPENDIENTE DE LA VELOCIDAD
RELATIVA DE LAS SUPERFICIES

152

ROCE ESTÁTICO



SE APLICA UNA FUERZA F
PARALELA A LA SUPERFICIE
DE CONTACTO TAL QUE
EL BLOQUE PERMANECE
INMÓVIL

$$F_{roce} \leq \mu_s N$$

μ_s = COEFICIENTE DE ROCE ESTÁTICO

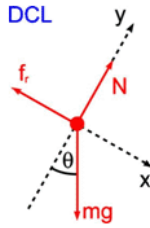
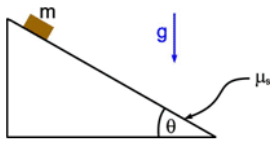
$$F_{roce \text{ estático máxima}} = \mu_s N$$

$\Rightarrow$ EL BLOQUE COMIENZA A MOVERSE

153

¿CÓMO MEDIR μ_s Y μ_k ?

CASO ESTÁTICO μ_s



Eje x : $mg \sin \theta - f_r = 0$

Eje y : $N - mg \cos \theta = 0$

$\Rightarrow f_r = mg \sin \theta$

$N = mg \cos \theta \Rightarrow mg = \frac{N}{\cos \theta}$

POR LO TANTO $f_r = N \tan \theta$

154

EXISTE UN VALOR CRÍTICO DEL ÁNGULO θ PARA EL CUAL EL BLOQUE COMIENZA A DESLIZAR, PARA DICHO VALOR SE TIENE

$f_r = \mu_s N = \tan \theta_c N$

$\mu_s = \tan \theta_c$

CASO DINÁMICO μ_k

EXISTE UN ÁNGULO θ_D TAL QUE EL BLOQUE SE MUEVE CON VELOCIDAD CONSTANTE

$\Rightarrow f_r = \mu_k N = \tan \theta_D N$

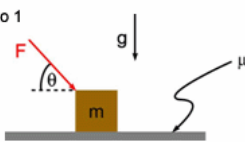
$\mu_k = \tan \theta_D$

EN GENERAL, $\theta_D < \theta_c \Rightarrow \mu_s > \mu_k$

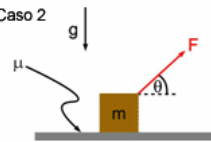
155

EJEMPLO

Caso 1



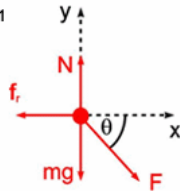
Caso 2



¿QUÉ ES MEJOR: EMPUJAR O TIRAR EL BLOQUE?

SOL:

Caso 1



Eje y:

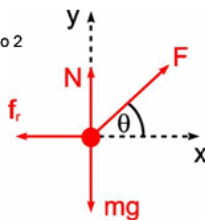
$$N - mg - F \sin \theta = 0$$

$$N = mg + F \sin \theta$$

$$\Rightarrow f_r = \mu N = \mu (mg + F \sin \theta)$$

156

Caso 2



Eje y:

$$N - mg + F \sin \theta = 0$$

$$N = mg - F \sin \theta$$

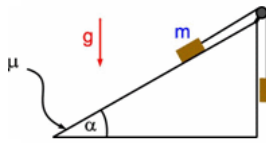
$$\Rightarrow f_r = \mu N = \mu (mg - F \sin \theta)$$

LA FUERZA DE ROCE EN EL CASO 2 ES MENOR QUE EN EL CASO 1

∴ ES MEJOR TIRAR EL BLOQUE

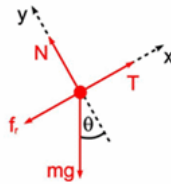
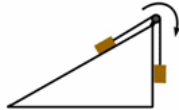
157

PROBLEMA



- i) $a = ?$
ii) VALOR MÍNIMO Y MÁXIMO DE M PARA QUE EL SISTEMA ESTE QUIETO

SOL
CASO 1



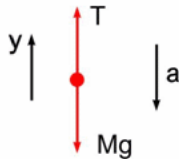
Eje x : $T - f_r - mg \sin \theta = ma$
Eje y : $N - mg \cos \theta = 0 \Rightarrow N = mg \cos \theta$

158

ENTONCES

$$T - \mu mg \cos \theta - mg \sin \theta = ma$$

POR OTRO LADO



$$T - Mg = -Ma$$

$$\Rightarrow T = M(g - a)$$

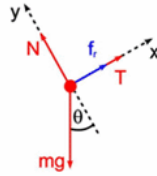
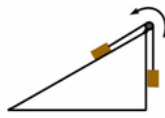
ENTONCES

$$M(g - a) - \mu mg \cos \theta - mg \sin \theta = ma$$

$$a = \frac{Mg - mg(\mu \cos \theta + \sin \theta)}{m + M}$$

159

CASO 2



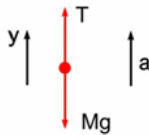
$$\text{Eje } x: T + f_r - mg \sin \theta = -ma$$

$$\text{Eje } y: N - mg \cos \theta = 0$$

ENTONCES

$$T + \mu mg \cos \theta - mg \sin \theta = -ma$$

PARA LA MASA M



$$T - Mg = Ma$$

$$\Rightarrow T = M(g+a)$$

160

ENTONCES

$$M(g+a) + \mu mg \cos \theta - mg \sin \theta = -ma$$

$$a = \frac{mg(\sin \theta - \mu \cos \theta) - Mg}{m+M}$$

ii)

VALOR MÍNIMO DE m: EN ESTE CASO $\mu = \mu_s$

Y LA MASA m ESTÁ A PUNTO DE MOVERSE HACIA ARRIBA $\Rightarrow a = 0$ EN EL CASO 1

ENTONCES

$$a = 0 = M\cancel{g} - m\cancel{g}(\mu_s \cos \theta + \sin \theta)$$

$$m = \frac{M}{\mu_s \cos \theta + \sin \theta} \quad \text{VALOR MÍNIMO}$$

161

VALOR MÁXIMO DE M :

LA MASA M ESTÁ A PUNTO DE MOVERSE
HACIA ABAJO $\Rightarrow a = 0$ EN EL CASO 2

$$0 = m g (\sin \theta - \mu_s \cos \theta) - M g$$

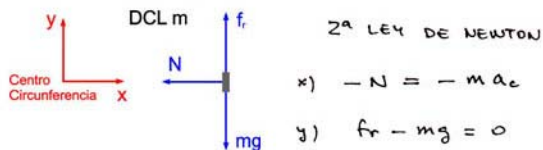
$$M = \frac{m}{\sin \theta - \mu_s \cos \theta} \quad \text{VALOR MÁXIMO}$$

162

EJEMPLO



¿Cuál es la mínima velocidad de rotación que puede tener el tambor para que la persona no caiga?



DONDE $a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{(R\omega)^2}{R} = R\omega^2$

163

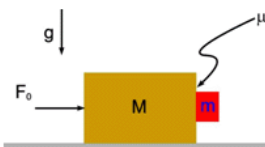
VALOR CRÍTICO ESTÁ DADO POR $f_r = \mu_s N$
ENTONCES

$$f_r = \mu_s N = mg$$

$$\mu_s \frac{mv^2}{R} = mg \Rightarrow \boxed{v_{\text{Mínimo}} = \sqrt{\frac{gR}{\mu_s}}}$$

164

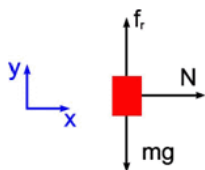
PROBLEMA



CALCULA F_0 MÍNIMO PARA
QUE m NO RESBALE

SOL.

DCL m



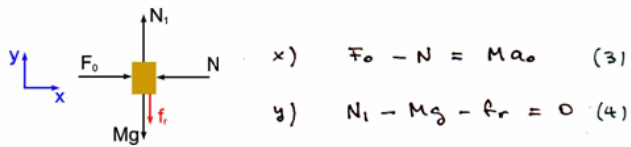
x) $N = ma_0$ (1)

y) $f_r - mg = 0$ (2)

↑
EL BLOQUE
NO ESTÁ
RESBALANDO

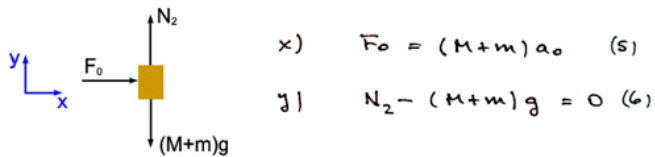
165

DCL M



COMO M NO RESBALA PODEMOS HACER UN DCL DEL CUERPO (M+m) PORQUE AMBOS BLOQUES TIENEN LA MISMA ACELERACIÓN

DCL m+M



166

ROCE ESTÁTICO $\Rightarrow f_r \leq \mu_s N$

CASO CRÍTICO: $f_r = \mu_s N$

ENTONCES, DE (5) $a_0 = \frac{F_0}{M+m}$

REEMPLAZANDO EN (3)

$$F_0 - N = \frac{M}{m+M} F_0$$

$$N = \frac{m}{m+M} F_0$$

DE (2) SE TIENE

$$f_r = mg = \mu_s N$$

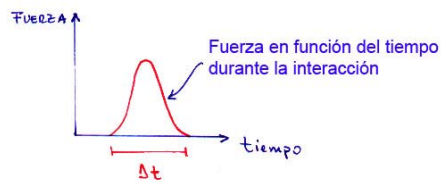
ENTONCES

$$mg = \frac{m}{m+M} \mu_s F_0$$

$$\boxed{F_0 = \frac{(m+M)g}{\mu_s}} \quad \text{VALOR MÍNIMO}$$

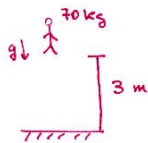
167

IMPULSO



$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \underbrace{\vec{F} \Delta t}_{\text{IMPULSO}} = \Delta \vec{p}$$

EJEMPLO



¿ FUERZA PROMEDIO SOBRE LOS PIES ?
¿ QUÉ PASA SI FLETA LAS PIERNAS ?

170

Velocidad al llegar al suelo

$$v = \sqrt{2gh} = 7.7 \text{ m/s}$$

$$\text{IMPULSO} = \vec{F} \Delta t = \Delta p = -mv = -540 \text{ N}\cdot\text{s}$$

$$\vec{v} = \frac{(7.7 \text{ m/s} + 0 \text{ m/s})}{2} = 3.8 \text{ m/s}$$

LA COLISIÓN DURA $\Delta t = \frac{d}{\vec{v}} \approx \frac{1 \text{ cm}}{3.8 \text{ m/s}} = 2.6 \times 10^{-3} \text{ s}$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{-540 \text{ N}\cdot\text{s}}{2.6 \times 10^{-3} \text{ s}} = 2.1 \times 10^5 \text{ N}$$

DCL



$$\vec{F} = F_{\text{suelo}} - \underbrace{mg}_{690 \text{ N}}$$

$$\Rightarrow F_{\text{suelo}} \approx 2.1 \times 10^5 \text{ N}$$

¡ ESTA FUERZA PUEDE
ROMPERLE LAS PIERNAS !

171

SI LA PERSONA FLECTA LAS PIERNAS 50 cm SE
TIENE QUE EL TIEMPO QUE DURA LA COLISIÓN ES

$$\Delta t = \frac{50 \text{ cm}}{3.8 \text{ m/s}} = 0.13 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \bar{F} = \frac{540 \text{ N}\cdot\text{s}}{0.13 \text{ s}} = 4.2 \times 10^3 \text{ N}$$

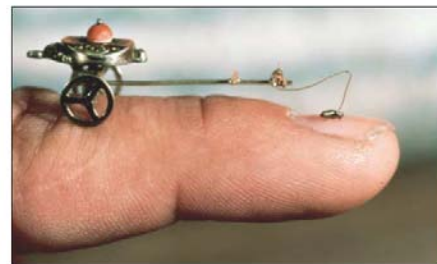
LA FUERZA QUE EJERCE EL SUELO SERÁ

$$F_{\text{suelo}} = \bar{F} + mg = 4.9 \times 10^3 \text{ N}$$

172

Dinámica

En 1997, María Fernanda Cardoso, una artista colombiana, creó un circo de pulgas entrenadas. Cardoso amarró un alambre delgado a Brutus, “la pulga más fuerte sobre la Tierra”, y la entrenó para que tirara un carrito. Luego, ella usó sonido y dióxido de carbono para conseguir que Brutus saltara. Videos muestran que cuando Brutus saltaba, el carrito se movía una distancia de 1 centímetro aprox. Está es una distancia asombrosa porque la masa del carrito era 160.000 veces mayor que la de la pulga.



¿Cómo es posible que una pulga tire un carro que tiene más de 160.000 veces su masa?

173

El secreto de la pulga es que ella puede lanzarse a si misma a una gran velocidad. Supongamos que Brutus, cuya masa es de aprox. 2×10^{-3} g, empieza un salto de 30 cm que la lleva hacia arriba y adelante al mismo tiempo. Usando las ecuaciones de cinemática, podemos estimar su velocidad inicial.

$$h = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2$$

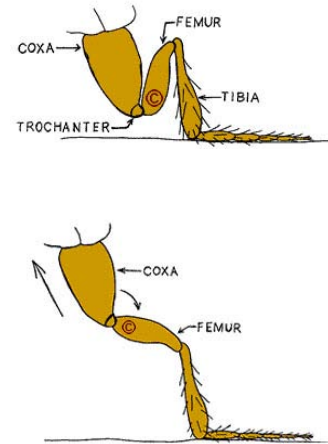
$$v_y = 0 = v_0 \sin \theta - g t \Rightarrow t = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$$

entonces

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} \Rightarrow v_0^2 \approx 2hg = 2 \times 0.3 \text{ m} \times 10 \text{ m/s}^2 = 6 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$\therefore v_0 = 2,5 \text{ m/s}$$

Por lo tanto, el tiempo de vuelo es $t \approx \frac{v_0}{g} \approx 0,25 \text{ s}$



174

Impulso durante el salto $= \Delta p = m \Delta v = 2 \times 10^{-6} \text{ kg} \times 2,5 \text{ m/s} = 5 \times 10^{-6} \text{ Ns}$

Duración del salto $\approx \frac{d}{v_0} = \frac{2 \times 10^{-3} \text{ m}}{2,5 \text{ m/s}} \approx 10^{-3} \text{ s}$

Fuerza promedio ejercida durante el salto $\approx \frac{\Delta p}{\Delta t} \approx \frac{5 \times 10^{-6} \text{ Ns}}{10^{-3} \text{ s}} = 5 \times 10^{-3} \text{ N}$

La aceleración impartida al carro de 32 g es

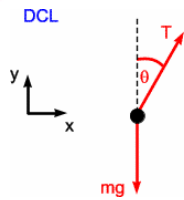
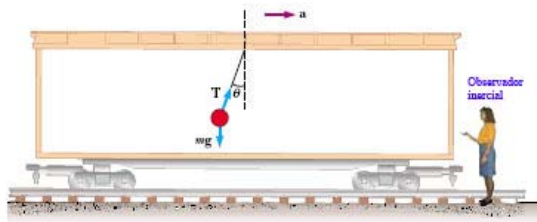
$$F_{prom} = M_{carro} a \Rightarrow a = \frac{F_{prom}}{M_{carro}} = \frac{5 \times 10^{-3} \text{ N}}{32 \times 10^{-3} \text{ kg}} \approx \frac{1}{6} \text{ m/s}^2 \approx 0,2 \text{ m/s}^2$$

En el tiempo que dura el vuelo de la pulga, el carro se desplaza una distancia

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \times 0,2 \text{ m/s}^2 \times (0,25 \text{ s})^2 \approx 0,006 \text{ m} \approx 0,6 \text{ cm}$$

175

Movimiento en sistemas de referencia acelerados: Fuerzas ficticias



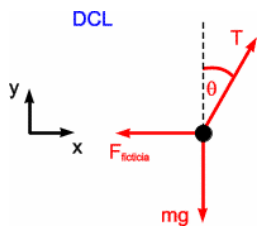
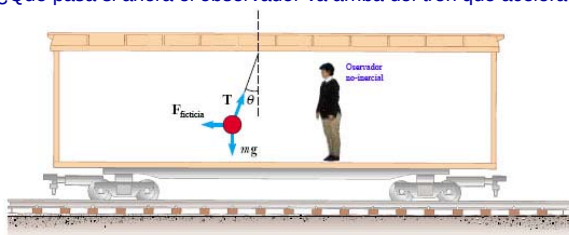
Segunda ley de Newton

$$\hat{x}) \quad T \sin \theta = ma$$

$$\hat{y}) \quad T \cos \theta - mg = 0$$

176

¿Qué pasa si ahora el observador va arriba del tren que acelera?



Para el observador en el tren, no existe una fuerza neta sobre m . Por lo tanto, para mantener la validez de la Segunda Ley de Newton, el observador tiene que introducir una fuerza ficticia para equilibrar la componente en la dirección x de la tensión

$$\hat{x}) \quad T \sin \theta - F_{ficticia} = 0$$

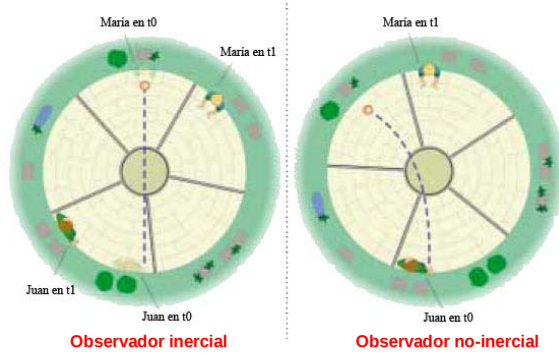
$$\hat{y}) \quad T \cos \theta - mg = 0$$

177

Observador en movimiento circular

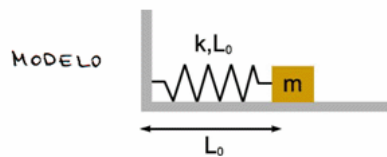


Fuerza de Coriolis



178

RESORTES

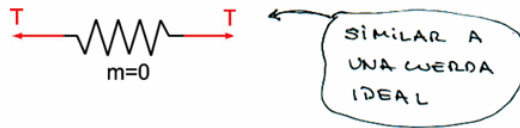


DEBE ESTAR CONECTADO A UNA MASA
PARA QUE LA 2ª LEY DE NEWTON NO
SEA TRIVIAL

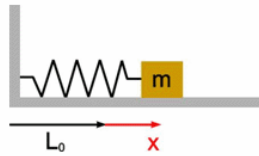
SI COMPRIMOS UN RESORTE AL SOLTARLO
SE ESTIRA Y, AL REVÉS, SI LO ESTIRAMOS
AL SOLTARLO SE CONTRAE PARA VOLVER
A SU LARGO NATURAL L_0

179

RESORTE IDEAL $\Rightarrow$ MASA NULA



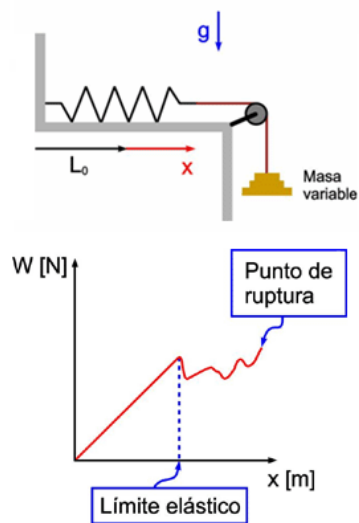
SISTEMA DE REFERENCIA



CONVIENE UBICAR EL ORIGEN DE COORDENADAS EN EL PUNTO DE EQUILIBRIO DEL RESORTE

180

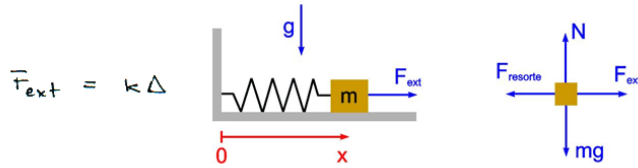
¿FUERZA EJERCIDA POR UN RESORTE?



181

LEY DE HOOKE (1635-1703)

EL ACORTAMIENTO O ALARGAMIENTO DE UN RESORTE ES PROPORCIONAL A LA FUERZA EXTERNA APLICADA

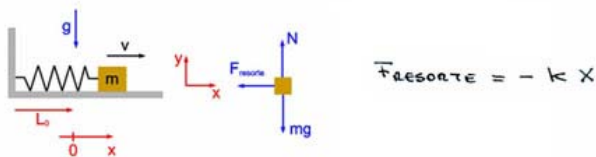


k = CONSTANTE ELÁSTICA DEL RESORTE
PENDIENTE DE LA RECTA

$\Delta \equiv (x - L_0)$ ES EL ACORTAMIENTO ($\Delta < 0$)
O ALARGAMIENTO ($\Delta > 0$) DEL RESORTE CON
RESPECTO A SU LARGO NATURAL

182

ECUACIÓN DE MOVIMIENTO



2ª LEY DE NEWTON $\Rightarrow -kx = ma_x$

$$\Rightarrow \boxed{a_x = -\frac{k}{m}x} \quad \text{ECUACIÓN DE MOV. PARA LA MASA } m$$

LA ACELERACIÓN ES PROPORCIONAL AL DESPLAZAMIENTO DE LA MASA m

LA ACELERACIÓN APUNTA SIEMPRE EN SENTIDO OPUESTO AL DESPLAZAMIENTO

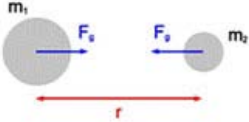
183

GRAVITACIÓN

2 FENÓMENOS :

- CAÍDA DE UN CUERPO
- MOVIMIENTO DE LOS PLANETAS

ESTOS FENÓMENOS ERAN VISTOS EN LA ANTIGÜEDAD COMO DOS FENÓMENOS DISTINTOS
NEWTON MUESTRA QUE AMBOS PUEDEN SER DESCRITOS POR UNA LEY UNIVERSAL DE GRAVITACIÓN



$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

CONSTANTE DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

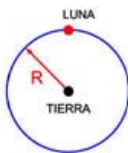
$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2}$$

184

LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

IDEA : TODOS LOS CUERPOS CAEN DEBIDO A LA ATRACCIÓN GRAVITACIONAL DE LA TIERRA

=> LA LUNA TAMBIÉN ESTÁ CAYENDO HACIA LA TIERRA



ORBITA CIRCULAR $R = 3.84 \times 10^8 \text{ m}$

$$v_{LUNA} = \frac{2\pi R}{T}$$

$T = 27.3 \text{ DÍAS (PERÍODO)}$

$$\Rightarrow v_{LUNA} = \frac{2\pi \times 3.84 \times 10^8}{27.3 \times 24 \times 3600} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{LUNA} \approx 1023 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

185

MOV. CIRCULAR $\Rightarrow a_{LUNA} = \frac{v_{LUNA}^2}{R}$

$$a_{LUNA} \approx \frac{(10^3)^2}{3.84 \times 10^8} \frac{m}{s^2} \approx 0.0027 \frac{m}{s^2}$$

NEWTON SUPONE QUE $a \propto \frac{1}{R^2}$

EN EFECTO, DE LA 3ª LEY DE KEPLER

$$T \propto R^{3/2}$$

PERO $T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow \frac{R}{v} \propto R^{3/2} \Rightarrow v \propto \frac{1}{R^{1/2}}$

$$\therefore v^2 \propto \frac{1}{R}$$

ENTONCES

$$a = \frac{v^2}{R} \propto \frac{1}{R^2}$$

EN LA SUPERFICIE DE LA TIERRA

$$g = \frac{K}{R_T^2} \quad (K = \text{cte})$$

$$\Rightarrow K = g R_T^2$$

PARA LA LUNA SE TIENE

$$a = \frac{K}{R^2} = g \left(\frac{R_T}{R} \right)^2$$

DONDE $R_T = 6400 \text{ km}$

$$\therefore a \approx 0.0028$$

a y a_{LUNA} SON ESENCIALMENTE IDÉNTICAS, POR LO TANTO LA SUPOSICIÓN QUE $a \propto \frac{1}{R^2}$ ES CORRECTA

LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

CADA PAR DE PARTÍCULAS EN EL UNIVERSO
SE ATRAEN ENTRE SÍ CON UNA FUERZA
PROPORCIONAL AL PRODUCTO DE SUS MASAS
E INVERSAMENTE PROPORCIONAL AL CUADRADO
DE LA DISTANCIA ENTRE ELLAS



$$F_g = \frac{G m_1 m_2}{r^2}$$

DONDE G ES UNA CONSTANTE UNIVERSAL

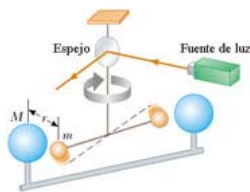
G SE PUEDE MEDIR (CAVENDISH 1798)

$$G \approx 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2}$$

188

MEDICIÓN DE G

PÉNDULO DE TORSIÓN



CAVENDISH (1798) $\rightarrow G \approx 6.75 \times 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2}$

VALOR ACTUAL $\rightarrow G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2}$

189

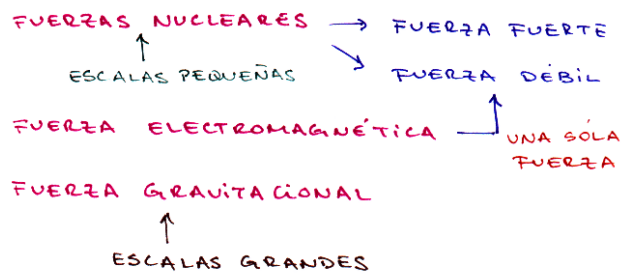
LA FUERZA DE ATRACCIÓN ENTRE DOS CUERPOS
CON MASAS $\sim 100 \text{ kg}$ NO ES APRECIABLE EN
CONDICIONES COMUNES Y CORRIENTES.

SIN EMBARGO, TODOS SENTIMOS LA ATRACCIÓN
DE LA TIERRA PORQUE $M_T = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

A ESCALAS DEL SISTEMA SOLAR, LA GALAXIA
O INCLUSO EL UNIVERSO, LA FUERZA DE
GRAVEDAD ES LA FUERZA DOMINANTE

190

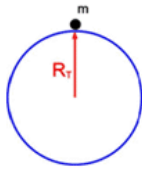
Fuerzas fundamentales



¿SON ESTAS FUERZAS LA MANIFESTACIÓN
DE UNA ÚNICA FUERZA?

191

GRAVEDAD EN LA SUPERFICIE DE LA TIERRA



$$F_g = G \frac{m M_T}{R_T^2} = m g$$

2ª LEY DE
NEWTON

$$\Rightarrow g = \frac{G M_T}{R_T^2}$$

GRAVEDAD
EN LA SUPERFICIE
DE LA TIERRA

SI UNO MIDE g (POR EJEMPLO, USANDO OBJETOS EN CAÍDA LIBRE), ENTONCES PODEMOS MEDIR LA MASA DE LA TIERRA

$$M_T = \frac{g R_T^2}{G}$$

192

$$M_T = \frac{10 (6.4 \times 10^6)^2}{6.67 \times 10^{-11}} \text{ kg}$$

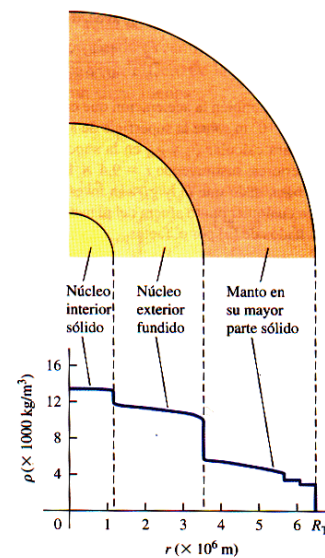
$$M_T \approx 6.1 \times 10^{24} \text{ kg}$$

LA DENSIDAD PROMEDIO DE LA TIERRA ES

$$\rho_{\text{TIERRA}} = \frac{M_T}{\frac{4\pi}{3} R_T^3} \approx 5.6 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_{\text{ROCA}} \approx 2.8 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

$\Rightarrow$!! LA DENSIDAD EN EL CENTRO DE LA TIERRA ES GRANDE !!



193

LEYES DE KEPLER

!! SON LEYES
EMPIRICAS !!

I LEY :

TODOS LOS PLANETAS SE MUEVEN EN
ÓRBITAS ELÍPTICAS EN TORNO AL SOL,
EL CUAL SE ENCUENTRA EN UNO DE
SUS FOCOS

II LEY :

LA LINEA QUE CONECTA AL SOL CON EL
PLANETA BARRE ÁREAS IGUALES EN
TIEMPOS IGUALES

=> CONSERVACIÓN DE MOMENTUM
ANGULAR



Johannes Kepler (1571-1630)

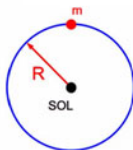
III LEY :

EL CUADRADO DEL PERIODO DE REVOLUCIÓN
ES PROPORCIONAL AL CUBO DE LA
DISTANCIA MEDIA AL SOL

PARA UNA ÓRBITA CIRCULAR DE RADIO R

$$T^2 \propto R^3$$

DEM.



$$F_g = m a_{\text{centrípeta}}$$

$$G \frac{M_{\text{SOL}} m}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$$

$$\text{PERO } v = \frac{2\pi R}{T}$$

ENTONCES

$$\frac{GM_{\text{sol}}}{R^2} = \left(\frac{2\pi R}{T} \right)^2 \frac{1}{R}$$

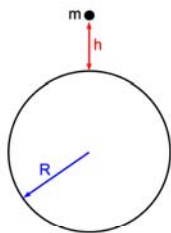
$$\frac{GM_{\text{sol}}}{R^2} = \frac{4\pi^2}{T^2} R$$

$$T^2 = \underbrace{\frac{4\pi^2}{GM_{\text{sol}}}} \cdot R^3$$

CONSTANTE QUE NO
DEPENDE DE LA MASA
DEL PLANETA

196

PESO EN FUNCIÓN DE LA ALTURA



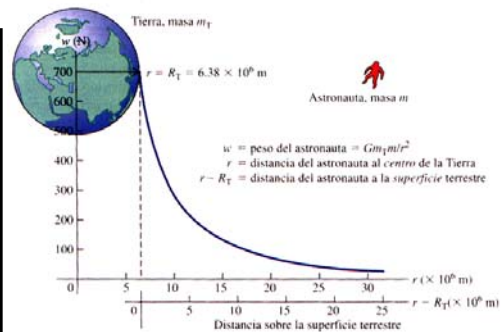
$$W = mg = \frac{GmM}{(R_T + h)^2}$$

$$W = \frac{GmM}{R_T^2 \left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^2}$$

$$W = m \underbrace{\frac{GM}{R_T^2}}_{g_0} \left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^{-2}$$

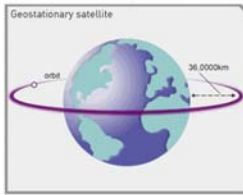
g_0 GRAVEDAD EN LA
SUPERFICIE DE LA TIERRA

$$W = W_0 \left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^{-2}$$



197

SATÉLITES GEOSTACIONARIOS



PARA UN SATÉLITE EN
 ÓRBITA CIRCULAR

$$\frac{GM}{r^2} = \frac{v^2}{r}$$

PERO $v = \frac{2\pi r}{T}$

CON $T = 1 \text{ día} = 86400 \text{ s}$ ENTONCES

$$\frac{GM}{r^2} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$r^3 = \frac{GM}{4\pi^2} T^2 = 7.54 \times 10^{22} \text{ m}^3$$

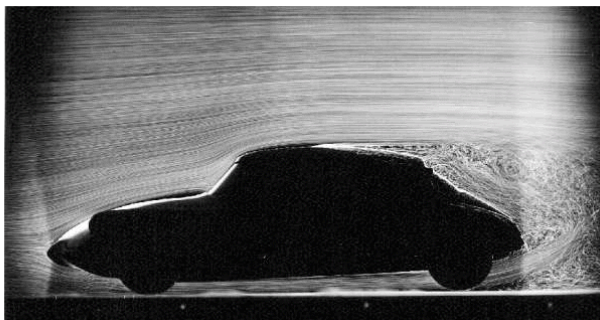
$\Rightarrow r = 42300 \text{ km}$ DESDE EL CENTRO DE
 LA TIERRA

O BIEN A UNA ALTURA DE 36000 km SOBRE
 LA SUPERFICIE TERRESTRE

198

FUERZA DE ARRASTRE

FRENA UN OBJETO QUE SE MUEVE EN UN
 FLUIDO $\rightarrow$ DEPENDE DE LA GEOMETRÍA.



199

EJEMPLO : MOVIMIENTO DE UNA ESFERA EN UN FLUIDO

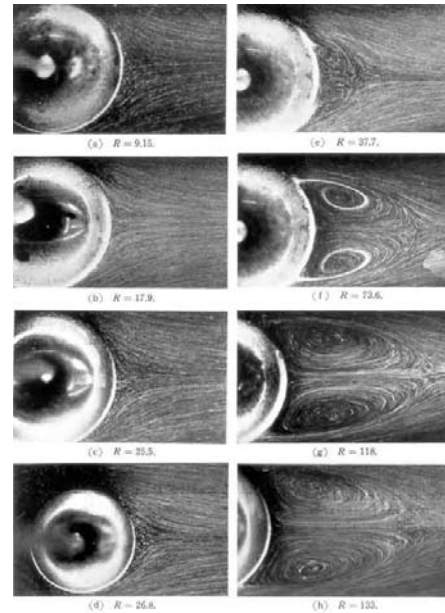
- ES UN PROBLEMA COMPLICADO
- SE OBSERVAN DISTINTOS COMPORTAMIENTOS QUE DEPENDEN DE UNA SERIE DE CANTIDADES FÍSICAS :
DENSIDAD DEL FLUIDO ρ
VELOCIDAD DE LA ESFERA U
RADIO DE LA ESFERA R
VISCOSIDAD η

SIN EMBARGO, ESTOS REGIMENES SE PUEDEN CARACTERIZAR POR UN NÚMERO

NÚMERO DE REYNOLDS

$$Re = \frac{\rho U L}{\eta} = \frac{U L}{\nu}$$

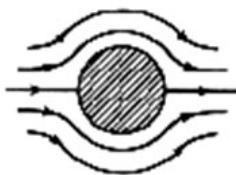
$\swarrow$ VELOCIDAD TÍPICA $\swarrow$ LONGITUD TÍPICA
 $\nwarrow$ VISCOSIDAD CINEMÁTICA



200

EJEMPLO : ESFERA EXISTEN DOS REGÍMENES

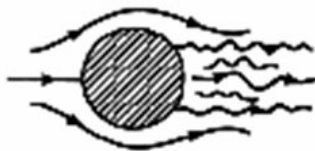
I. FLUJO LAMINAR ($Re \ll 1$)



$$F_{\text{arrastre}} = 6\pi\eta R U_0$$

(LEY DE STOKES)

II. FLUJO TURBULENTO ($Re \gg 1$)



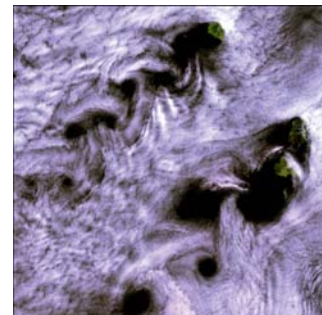
$$F_{\text{arrastre}} = \frac{1}{2} \rho C_D A U^2$$

(FORMULA DE NEWTON)

C_D = COEFICIENTE DE ARRASTRE

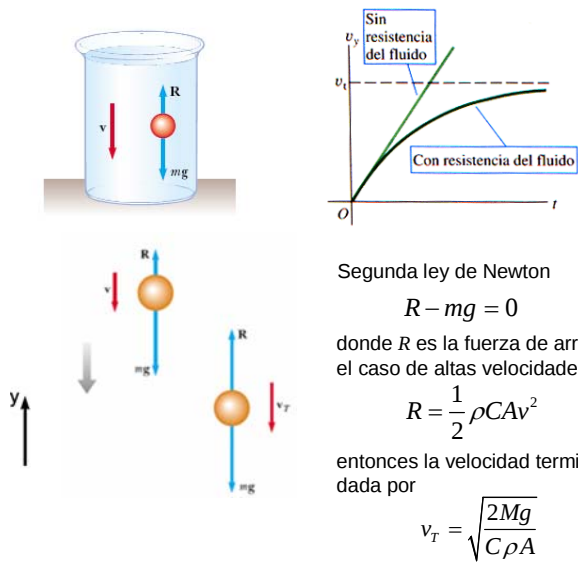
A = ÁREA FRONTAL

Vórtices de von Karman



201

Movimiento en presencia de fuerzas de arrastre



202

Velocidad terminal de varios objetos cayendo en el aire			
Objeto	Masa (kg)	Area (m ²)	v_T (m/s)
Paracaidista	75	0.70	60
Pelota de beisbol ($r = 3,7$ cm)	0.145	4.2×10^{-3}	43
Pelota de golf ($r = 2,1$ cm)	0.046	1.4×10^{-3}	44
Gota de lluvia ($r = 0,2$ cm)	3.4×10^{-5}	1.3×10^{-5}	9.0



203