

Fluidos

La fuerza ejercida por el agua sobre el cuerpo de un buzo aumenta notablemente a medida que éste desciende, incluso en una piscina. Sin embargo, en 1975, usando una mezcla especial de gas para respirar, William Rhodes descendió hasta una profundidad record de 350 m, partiendo de una cámara a 300 m de profundidad en el golfo de México. Extrañamente, un buzo inexperto practicando en una piscina corre mucho más peligro por la fuerza aplicada por el agua que el que experimento Rhodes. De hecho, muchos buzos novicios han muerto por despreciar este peligro.



¿Cuál es este peligro potencialmente letal?



419

FLUIDOS

FLUIDOS → GASES → SE EXPANDEN HASTA OCUPAR
TODO EL VOLUMEN DEL
RECIPIENTE QUE LOS CONTIENE,
INDEPENDIENTE DE SU FORMA

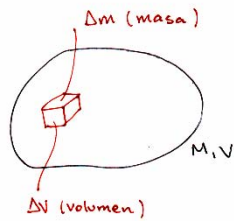
→ LÍQUIDOS → FUELEN BAJO GRAVEDAD.
HASTA OCUPAR LA PARTE MÁS
BAJA DEL RECIPIENTE QUE
LOS CONTIENE

EN UN GAS LA DISTANCIA ENTRE MOLECULAS ES GRANDE
COMPARADA CON SU TAMAÑO, SIN EMBARGO LAS COLISIONES
SON FRECUENTES

EN UN LÍQUIDO, LAS MOLECULAS ESTÁN MUY UNIDAS Y
EJERCEN FUERZAS ENTRE SÍ, LAS CUALES MANTIENEN
"UNIDO" AL LÍQUIDO

420

DENSIDAD

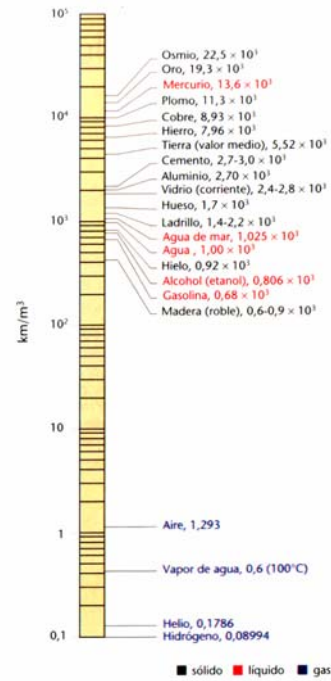


$$\rho \equiv \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

ΔV pequeño pero lo suficiente-
mente grande como para
contener una cantidad apre-
ciable de moléculas

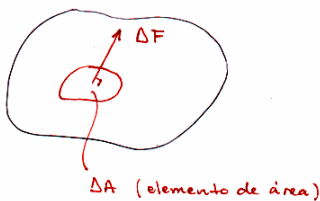
Si $\rho = \text{cte}$ en todo el fluido $\Rightarrow \rho = \frac{M}{V}$

La densidad ρ de un fluido depende generalmente
de la presión y temperatura.



421

PRESIÓN



Al sumergir un cuerpo
en un fluido como el
agua, el fluido ejerce
una fuerza perpendicular
a las superficies del
cuerpo.

La fuerza por unidad de área se denomina presión.

$$P \equiv \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$$

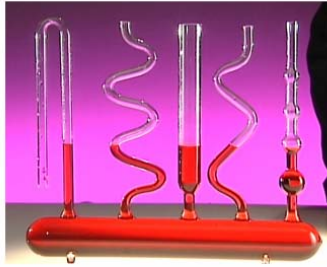
UNIDADES:

$$1 \text{ Pascal} \equiv 1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

422

PARADOJA HIDROSTÁTICA

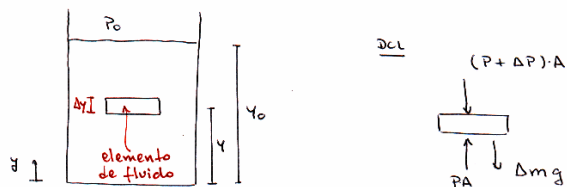


La presión sólo depende de la profundidad del fluido y no de la forma del recipiente.

El nivel del líquido es el mismo en todos los recipientes, independiente de su forma.

423

VARIACIÓN DE LA PRESIÓN EN UN FLUIDO EN REPOSO



fluido en reposo $\Rightarrow \Sigma \vec{F} = 0$

$$\hat{y}) \quad P \cdot A - (P + \Delta P) \cdot A - \Delta m g = 0$$

$$\cancel{P \cdot A} - \cancel{P \cdot A} - \Delta P \cdot A - \Delta m g = 0$$

$$\Delta P \cdot A = - \Delta m g$$

pero $\Delta m = \rho \Delta V = \rho \Delta y \cdot A$ (suponiendo que $\rho = \text{cte}$)

424

entonces

$$\Delta p = -\rho g \Delta y \quad (*)$$

Si $\Delta y > 0 \Rightarrow \Delta p < 0$ i.e. la presión en la cara superior es menor que la presión en la parte inferior

Por lo tanto, la presión aumenta con la profundidad.

ρg = Densidad específica

La ecuación (*) se puede re-escribir como

$$p_0 - p = -\rho g (y_0 - y)$$

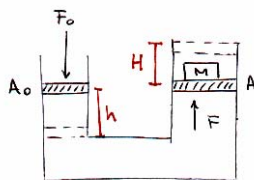
$$p = p_0 + \rho g h$$

425

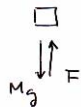
PRINCIPIO DE PASCAL

"La presión aplicada a un fluido en un recipiente se transmite por igual a todos los puntos del fluido y a las paredes del recipiente"

Ejemplo: Prensa Hidráulica



DLL



$$F = Mg$$

$$p_{entrada} = \frac{F_0}{A_0}$$

$$p_{salida} = \frac{F}{A}$$

$$p_{entrada} = p_{salida}$$

$$F_0 = \frac{A_0}{A} F$$

$$\text{entonces } F_0 = \frac{A_0}{A} Mg$$

Si $A \gg A_0 \Rightarrow F_0$ es chica comparada con Mg

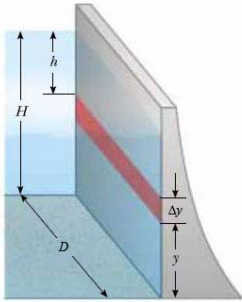


426

$$\begin{aligned} \text{Volumen entrada} &= \text{Volumen salida} \Rightarrow A_0 h = A H \\ H &= \frac{A_0}{A} h \end{aligned}$$

$$\text{Si } A \gg A_0 \Rightarrow H \ll h$$

FUERZA SOBRE LAS PAREDES DE UNA REPRESA



Presión a una profundidad h

$$P = \rho g h = \rho g (H - y)$$

La fuerza ejercida por el agua sobre la región achurada está dada por

$$\Delta F = P \Delta A$$

$$\Delta F = \rho g (H - y) D \Delta y$$

427

La fuerza total está dada por

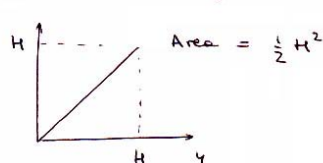
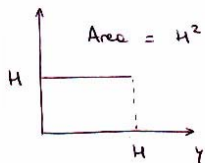
$$F_{\text{total}} = \sum \Delta F = \rho g D \sum (H - y) \Delta y$$

en el límite $\Delta y \rightarrow 0$ se tiene

$$F_{\text{total}} = \int dF = \rho g D \int_0^H (H - y) dy$$

↑
área bajo la curva

$$F_{\text{total}} = \rho g D \int_0^H H dy - \rho g D \int_0^H y dy$$



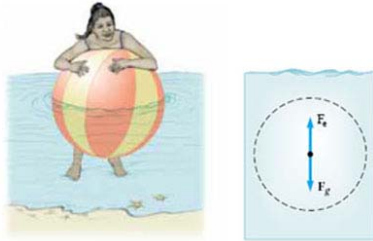
por lo tanto

$$F_{\text{total}} = \frac{1}{2} \rho g D H^2$$

428

PRINCIPIO DE ARQUÍMIDES

"Todo cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido es empujado hacia arriba por una fuerza igual al peso del fluido desplazado por el cuerpo."



$$F_e = m g = \rho g V$$

ρ = densidad del fluido



Arquímedes (287-212 AC)

Para un objeto totalmente sumergido

$$F_e = \rho V_0 g$$

por otro lado

$$m g = \rho_0 V_0 g \quad \text{donde } \rho_0 \text{ es la densidad del cuerpo}$$

Entonces

$$F_{\text{neto}} = F_e - m g = (\rho - \rho_0) V_0 g$$

Si $\rho > \rho_0 \Rightarrow F_{\text{neto}} > 0 \Rightarrow$ el cuerpo flota

Si $\rho < \rho_0 \Rightarrow F_{\text{neto}} < 0 \Rightarrow$ el cuerpo se hunde

Para un cuerpo parcialmente sumergido

$$F_e = \rho V g \quad \text{donde } V \text{ es el volumen del cuerpo debajo del agua}$$

$$mg = \rho_0 V_0 g$$

En este caso

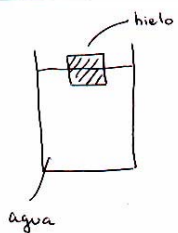
$$F_e = mg$$

$$\rho V g = \rho_0 g V_0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\rho_0}{\rho} = \frac{V}{V_0}}$$

431

Ejemplo



$$mg = \rho_0 V_0 g \quad (\rho_0 = 917 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$$

$$F_e = \rho V g \quad (\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$$

entonces

$$F_e = mg \Rightarrow \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{V}{V_0}$$

$$\frac{V}{V_0} = \text{fracción del cuerpo bajo el agua}$$

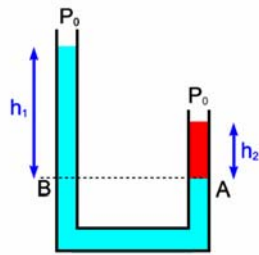
$$\Rightarrow f = 1 - \frac{V}{V_0} = 0.083 \Rightarrow 8.3\% \text{ del cuerpo se encuentra sobre el agua}$$

$$\text{Para un iceberg } f = 0.104 \quad (\rho_{\text{agua de mar}} \approx 1024 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$$



432

DENSIDAD RELATIVA



$$P_A = P_0 + \rho_2 g h_2$$

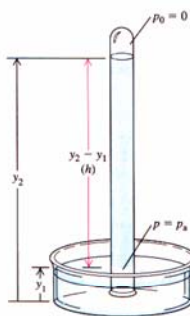
$$P_B = P_0 + \rho_1 g h_1$$

$$P_A = P_B \Rightarrow \cancel{P_0} + \rho_2 g h_2 = \cancel{P_0} + \rho_1 g h_1$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_1}{h_2}$$

433

BARÓMETRO DE MERCURIO:



presión en la superficie:

$$P_a = \cancel{P_0} + \rho g h = \rho g h$$

↓ para un vapor de Mercurio

UNIDADES DE PRESIÓN

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

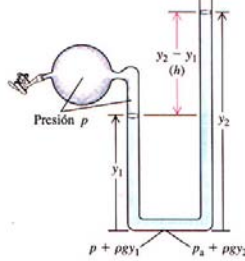
$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mm Hg} = 760 \text{ torr}$$

434

DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN ABSOLUTA

MANOMETRO : $P_0 = P_a$



Presión en el fondo :

$$P_{\text{fondo}} = P + \rho g y_1$$

$$P_{\text{fondo}} = P_0 + \rho g y_2$$

$$\Rightarrow P - P_0 = \rho g (y_2 - y_1) = \rho g h$$

$P \equiv$ presión absoluta

$P_0 \equiv$ presión atmosférica

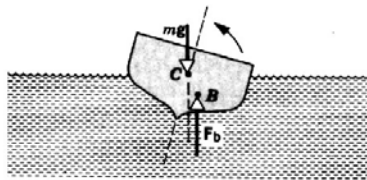
$P - P_0 \equiv$ presión manométrica

435

CENTRO DE FLUTACIÓN

La fuerza de flotación (empuje) actúa en el centro de gravedad de la parte sumergida del objeto flotante.

El punto donde actúa esta fuerza se llama centro de flotación.



436

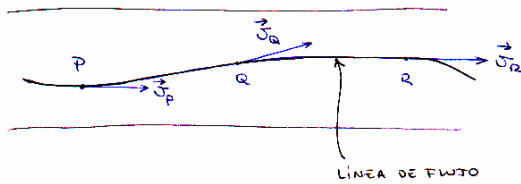
DINÁMICA DE FLUIDOS

FLUIDO ESTACIONARIO $\Rightarrow \rho, P, \vec{v}$ NO DEPENDEN DEL TIEMPO
 SÓLO DEPENDEN DE LA POSICIÓN

FLUIDO INCOMPRESIBLE $\Rightarrow \rho$ NO DEPENDI DE LA POSICIÓN
 NI DEL TIEMPO

FLUIDO VISCOSO $\Rightarrow$ POR EJEMPLO ACEITE

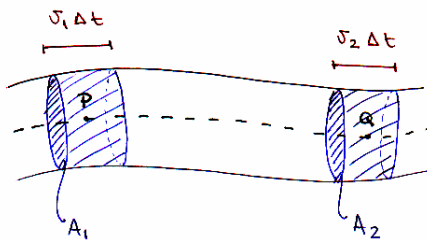
FLUIDO ESTACIONARIO $\Rightarrow \vec{v}$ EN UN PUNTO DADO ES
 CONSTANTE



437

La partícula que pasa por el punto P con velocidad $\vec{v}_P$ pasará por el punto Q con velocidad $\vec{v}_Q$ y luego por el punto R con velocidad $\vec{v}_R$ y así sucesivamente

Dos líneas de flujo o corriente nunca se cruzan porque si lo hicieran, una partícula podría seguir cualquiera de los dos caminos y en tal caso el fluido no podría ser estacionario.



438

Flujo de masa por P = $\Delta m_1 = \rho_1 A_1 v_1 \Delta t$

Flujo de masa por Q = $\Delta m_2 = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$

CONSERVACIÓN DE MASA $\Rightarrow \Delta m_1 = \Delta m_2$

entonces para un fluido estacionario

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

Si además el fluido es incompresible $\Rightarrow \rho_1 = \rho_2$
entonces

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$A_1 v_1 = \text{flujo } [m^3/s]$

439

Ejemplo

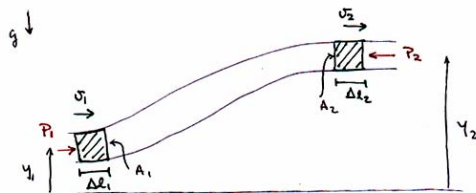


$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$$

$$A_1 \gg A_2 \Rightarrow v_2 \gg v_1$$

Ecuación de Bernoulli (TRABAJO - ENERGÍA)



Fluido estacionario, incompresible, no viscoso e
irrotacional (que no rota)

$$W = \Delta K$$



Daniel Bernoulli (1700-1782)

440

Fuerzas que actúan :

- 1) Presiones P_1 y P_2 en los extremos ejercen fuerzas $P_1 A_1$ y $P_2 A_2$ respectivamente.

Trabajo realizado por estas fuerzas

$$W_1 = P_1 A_1 \Delta l_1$$

$$W_2 = - P_2 A_2 \Delta l_2 \text{ (esta fuerza es contraria al desplazamiento)}$$

2) Gravedad $\rightarrow W_g = - \Delta m g (y_2 - y_1)$

Por lo tanto $W_{TOTAL} = W_{presión} + W_g$

$$\Rightarrow W_{TOTAL} = P_1 A_1 \Delta l_1 - P_2 A_2 \Delta l_2 - \Delta m g (y_2 - y_1)$$

441

Si el fluido es incompresible $\Rightarrow \rho = \text{cte}$

entonces $\Delta V = \frac{\Delta m}{\rho} = \text{cte}$ pero

$$\Delta V = A_1 \Delta l_1 = A_2 \Delta l_2 = \frac{\Delta m}{\rho}$$

$$\Rightarrow W_{TOTAL} = (P_1 - P_2) \frac{\Delta m}{\rho} - \Delta m g (y_2 - y_1)$$

Por lo tanto,

$$\Delta K = W_{TOTAL}$$

$$\frac{1}{2} \cancel{\Delta m} v_2^2 - \frac{1}{2} \cancel{\Delta m} v_1^2 = (P_1 - P_2) \frac{\cancel{\Delta m}}{\rho} - \cancel{\Delta m} g (y_2 - y_1)$$

$$\frac{1}{2} v_2^2 - \frac{1}{2} v_1^2 = \frac{P_1}{\rho} - \frac{P_2}{\rho} - g (y_2 - y_1)$$

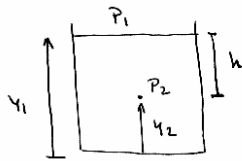
$$\boxed{P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2}$$

Ecuación DE BERNOULLI

442

APLICACIONES

* caso estático $\rightarrow v_1 = v_2 = 0$



$$P_1 + \rho g y_1 = P_2 + \rho g y_2$$

$$P_2 = P_1 + \rho g (y_1 - y_2)$$

$$P_2 = P_1 + \rho g h$$

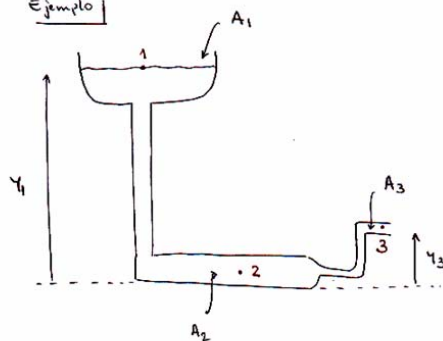
+ tubería horizontal $\Rightarrow y_1 = y_2$

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$\text{Presión dinámica} \equiv \frac{1}{2} \rho v^2$$

443

Ejemplo



$$v_2 = ?$$

$$v_3 = ?$$

$$P_3 = ?$$

Ec. de Bernoulli :

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$y_2 = 0$ y $P_1 = P_0$ (presión atmosférica)

entonces

$$P_2 = P_0 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2)$$

444

Conservación de masa $\Rightarrow J_1 A_1 = J_2 A_2$

$$J_1 \cancel{\pi} \left(\frac{D_1}{2} \right)^2 = J_2 \cancel{\pi} \left(\frac{D_2}{2} \right)^2$$

$D \equiv$ diámetro de la tubería

$$J_1 = J_2 \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2$$

Si $D_2 \ll D_1 \Rightarrow J_1 \ll J_2$ por lo tanto

$$P_2 = P_0 + \rho g y_1 - \frac{1}{2} \rho J_2^2$$

↑

si el agua está fluyendo ($J_2 \neq 0$) la presión dinámica reduce la presión

445

Conservación de masa $\Rightarrow J_3 A_3 = J_2 A_2 = J_1 A_1$

$$J_3 = J_1 \left(\frac{D_1}{D_3} \right)^2$$

entonces

$$P_0 + \frac{1}{2} \rho J_1^2 + \rho g y_1 = P_3 + \frac{1}{2} \rho J_3^2 + \rho g y_3$$

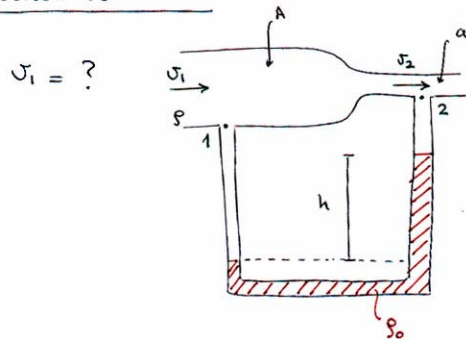
$$P_3 = P_0 + \frac{1}{2} \rho (J_1^2 - J_3^2) + \rho g (y_1 - y_3)$$

Si $D_1 \gg D_3 \Rightarrow J_3 \gg J_1$, por lo tanto

$$P_3 = P_0 + \rho g (y_1 - y_3) - \frac{1}{2} \rho J_3^2$$

446

MEDIDOR DE VENTURI



Ec. de Bernoulli: $P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \rho g y_2$

Si $y_1 = y_2 \Rightarrow P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2$ (1)

Cons. de masa $\Rightarrow A V_1 = a V_2$ (2)

447

En el tubo se tiene:

$$P_1 + \rho g h = P_2 + \rho_0 g h \quad (3)$$

Usando (1) y (2)

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (V_2^2 - V_1^2)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{A^2}{a^2} - 1 \right) V_1^2$$

Pero de (3)

$$P_1 - P_2 = (\rho_0 - \rho) g h$$

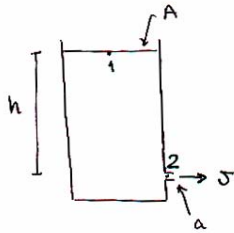
entonces

$$(\rho_0 - \rho) g h = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{A^2}{a^2} - 1 \right) V_1^2$$

$$V_1^2 = \frac{2 g h}{\left(\frac{A^2}{a^2} - 1 \right)} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)$$

448

LEY DE TORRICELLI



$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_0 + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y_2$$

Si $a \ll A \Rightarrow v_1 \ll v$ entonces

$$P_1 - P_0 + \rho g h = \frac{1}{2} \rho v^2$$

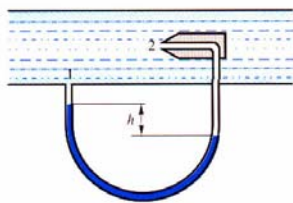
$$v = \sqrt{2gh + \frac{2(P_1 - P_0)}{\rho}}$$

Si: $P_1 = P_0 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$

Si: $P_1 > P_0 \Rightarrow v > \sqrt{2gh}$

449

TUBO DE PITOT



$\rho \equiv$ densidad del
fluido en
movimiento

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$v_1^2 = \frac{2}{\rho} (P_2 - P_1)$$

En el tubo

$$P_2 = P_1 + \rho_0 g h \Rightarrow P_2 - P_1 = \rho_0 g h$$

$\rho_0 \equiv$ densidad del líquido del tubo
manométrico

$$v_1 = \sqrt{2gh \frac{\rho_0}{\rho}}$$

450

Fluidos

La fuerza ejercida por el agua sobre el cuerpo de un buzo aumenta notablemente a medida que éste desciende, incluso en una piscina. Sin embargo, en 1975, usando una mezcla especial de gas para respirar, William Rhodes descendió hasta una profundidad record de 350 m, partiendo de una cámara a 300 m de profundidad en el golfo de México. Extrañamente, un buzo inexperto practicando en una piscina corre mucho más peligro por la fuerza aplicada por el agua que el que experimento Rhodes. De hecho, muchos buzos novicios han muerto por despreciar este peligro.



¿Cuál es este peligro potencialmente letal?

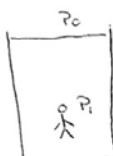


451

UN BUZO NOVATO PRACTICANDO EN UNA PISCINA INHALA SUFICIENTE AIRE DE SU TANQUE PARA LLENAR SUS PULMONES Y COMENZAR A ASCENDER DESDE UNA PROFUNDIDAD h . A PESAR DE LAS ADVERTENCIAS DE SU INSTRUCTOR, EL BUZO OLVIDA EXHALAR DURANTE EL ASCENSO. ¿CUAL ES EL PELIGRO POTENCIALMENTE MORTAL QUE ENFRENTA POR NO SEGUIR ESTA RECOMENDACIÓN?

¿CUAL ES LA DIFERENCIA ENTRE LA PRESIÓN EXTERNA Y LA PRESIÓN DEL AIRE EN SUS PULMONES SI $h = 1\text{m}$?

SOLUCIÓN:



PRESIÓN A UNA PROFUNDIDAD h

$$P_1 = P_0 + \rho g h$$

$$\rho = 998 \text{ kg/m}^3$$

452

LA PRESIÓN EXTERNA Y DEL AIRE EN SUS PULMONES
ES MAYOR QUE LA PRESIÓN ATMOSFÉRICA EN LA
SUPERFICIE

AL ASCENDER, LA PRESIÓN EXTERNA DISMINUYE AL
IGUAL QUE LA PRESIÓN SANGUÍNEA. SIN EMBARGO,
SI EL BUZO NO EXHALA LA PRESIÓN DEL AIRE
EN SUS PULMONES SIGUE SIENDO $P_i > P_o$

AL LLEGAR A LA SUPERFICIE LA DIFERENCIA
ENTRE LA PRESIÓN DEL AIRE EN SUS PULMONES
Y LA PRESIÓN EXTERNA SERÁ

$$\Delta P = P_i - P_o = \rho g h$$

$$\text{Si } h = 1\text{m} \Rightarrow \Delta P = 998 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1\text{m}$$

$$\Delta P \approx 10^4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \approx 10^4 P_a$$

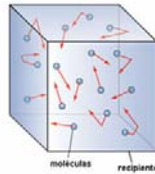
$\Delta P \approx 10\%$ DE LA PRESIÓN ATMOSFÉRICA
SUFICIENTE PARA ROMPER LOS PULMONES!!
Y FORZAR AL AIRE EN EL TORRENTE
SANGUÍNEO, LO CUAL PUEDE PROVOCAR
LA MUERTE DEL BUZO

TEORÍA CINÉTICA DE GASES

Teoría cinética relaciona cantidades observadas macroscópicamente, como la temperatura y la presión, con el comportamiento de las moléculas.

Modelo de un gas ideal

1. El gas consta de un número grande de moléculas idénticas que se mueven con velocidades distribuidas al azar.



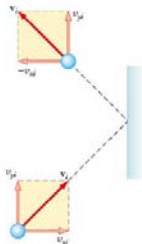
2. Las moléculas carecen de estructura interna
⇒ energía cinética es puramente de traslación.

454

3. Las moléculas sólo interactúan al chocar elásticamente entre ellas y con las paredes.
4. La distancia promedio entre las moléculas es mucho mayor que sus diámetros.

INTERPRETACIÓN CINÉTICA DE LA PRESIÓN

Hooke fue uno de los primeros científicos que sugirieron que la presión del gas resulta del bombardeo constante de las moléculas sobre las paredes del recipiente.



$$\Delta p_1 = (-m v_{1x}) - m v_{1x}$$

$$\Delta p_1 = -2m v_{1x}$$

tiempo que la molécula 1
demora en volver

$$\Delta t_1 = \frac{2L}{v_{1x}}$$

455

Entonces, la fuerza promedio que ejerce esta molécula sobre la pared es

$$F_i = \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} = \frac{2m v_{ix}}{2L/v_{ix}} = \frac{m v_{ix}^2}{L}$$

La fuerza total promedio ejercida por todas las moléculas es

$$F = \sum_{i=1}^N F_i = \frac{m}{L} \sum_{i=1}^N v_{ix}^2 = \frac{Nm}{L} \overline{v_x^2}$$

donde $\overline{v_x^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_{ix}^2$ es el valor

promedio de la componente x de las velocidades de las moléculas.

456

Como las velocidades de las moléculas son al azar

$$\Rightarrow \overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} \equiv \frac{1}{3} \overline{v^2}$$

donde $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ es el módulo de la velocidad

Entonces

$$F = \frac{Nm}{3L} \overline{v^2}$$

La presión ejercida sobre la pared de área $A = L^2$ está dada por

$$P = \frac{F}{A} = \frac{Nm \overline{v^2}}{3L^3}$$

$$\therefore PV = \frac{1}{3} Nm \overline{v^2}$$

Con $V = L^3 \equiv$ volumen del recipiente

457

De esta ecuación se tiene además:

$$PV = \frac{2N}{3} \underbrace{\left(\frac{1}{2} m \overline{v^2} \right)}_{\text{energía cinética promedio de una molécula}}$$

Se define la temperatura absoluta a partir de

$$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} k T$$

donde k es la constante de Boltzmann

$$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

Por lo tanto, la presión y la temperatura para un gas ideal están relacionados por la ley de Boyle

$$PV = \frac{2N}{3} \cdot \frac{3}{2} k T$$

$$\boxed{PV = N k T}$$

458

TENSIÓN SUPERFICIAL

Fuerzas intermoleculares

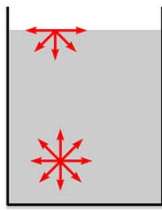
Ej. Fuerza de van der Waals



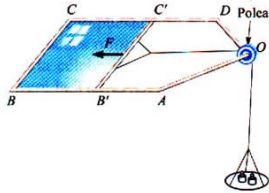
fuerzas de cohesión $\equiv$ fuerzas de atracción entre las moléculas de un mismo cuerpo

fuerzas de adhesión $\equiv$ fuerzas de atracción entre moléculas de distintos cuerpos

459



Fuerza ejercida para estirar la película de jabón



$$F = 2\sigma l$$

El factor 2 se debe a que la película de jabón tiene una superficie a cada lado

$$\Rightarrow \sigma = \frac{F}{2l}$$

$\sigma \equiv$ tensión superficial $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}}\right]$

460

Trabajo realizado por la fuerza F

$$dW = F dx = 2\sigma l dx$$

$$dW = \sigma dA$$

con $dA = 2l dx \equiv$ variación de la superficie libre

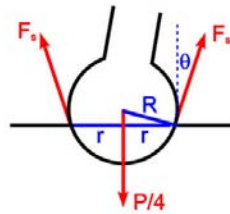
$$\therefore \sigma = \frac{dW}{dA}$$

es decir, la tensión superficial es la energía necesaria para variar la superficie libre del líquido en dA .

$$[\sigma] = \left[\frac{\text{N}}{\text{m}}\right] = \left[\frac{\text{J}}{\text{m}^2}\right]$$

461

Ejemplo :



$$\frac{P}{4} = F_s \cos \theta = 2\pi r \sigma \cos \theta$$

$$\frac{P}{4} = 2\pi R \sigma \cos^2 \theta$$

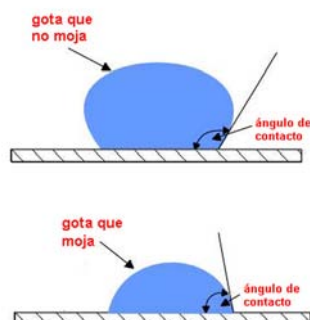
Peso máximo $\Rightarrow \theta = 0 \Rightarrow P_{\max} = 8\pi\sigma R$

Si: $R = 0.5 \text{ mm} \Rightarrow P_{\max} = 0.9 \text{ g}$

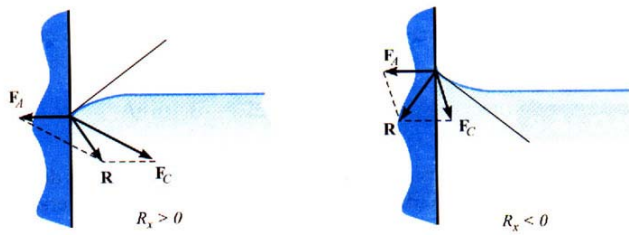
↑
 $\sigma_{\text{agua}} = 0.07 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

462

CONTACTO LÍQUIDO - SÓLIDO



463



$$\sum \vec{F} \Rightarrow x) \quad F_c \sin \frac{\theta}{2} - F_a = R_x$$

$$y) \quad -F_c \cos \frac{\theta}{2} = R_y$$

i) $R_x > 0 \Rightarrow F_c \sin \frac{\theta}{2} > F_a$ i.e. $F_c > F_a$
El líquido no moja el sólido

ii) $R_x < 0 \Rightarrow F_c \sin \frac{\theta}{2} < F_a$ i.e. $F_c < F_a$
El líquido moja el sólido

464

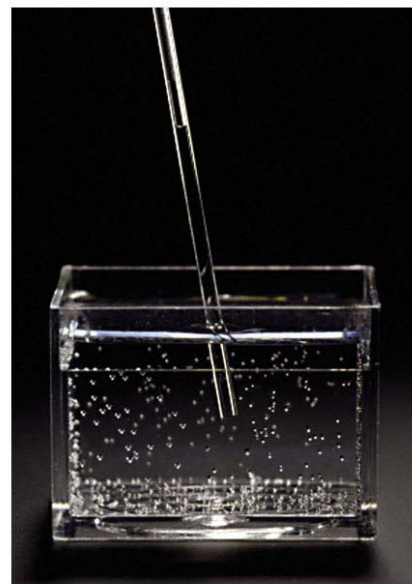
TUBOS CAPILARES

Para un fluido que moja el material del tubo capilar

fuerza ascensional = peso columna de líquido

$$2\pi r \sigma \cos \theta = \pi r^2 h \rho g$$

$$\Rightarrow h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g r} \quad (\text{Ley de Jurin})$$



465

Si el líquido no moja el material del tubo,
se produce un descenso del líquido
en el interior del mismo.

La altura que desciende está también
dada por

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho g r}$$

