Física Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas UNIVERSIDAD DE CHILE	**Física Vía Internet 2007** **Profesor:** Nelson Zamorano Tarea 1.1

Geometría

::Fecha de entrega
Lunes 7 de Mayo 2007

::Objetivos
:: Entender el Teorema de Pitágoras, sus demostraciones y aplicaciones.
:: Entender el Teorema de Tales desde el punto de vista de semejanza de triángulos.
:: Entender el concepto de radianes y su relación con los grados.

::Contenidos
1. Teorema de Pitágoras.
2. Semejanza.
3. Teorema de Tales.
4. Radianes.

Pregunta #1

Teorema de Pitágoras

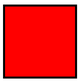
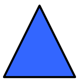
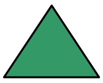
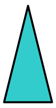
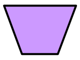
En esta pregunta trabajaremos con la siguiente página:

http://platea.pntic.mec.es/~jalonso/mates/pitagoras.swf

Es conveniente tomar al menos media hora para realizar esta actividad, para estar seguros de que se comprende el razonamiento matemático expuesto en las demostraciones. A modo de introducción, es bueno leer la Presentación que está disponible en la página.

a) Ingrese en el menú “Demostraciones rigurosas”. Observe cada una de las 5 demostraciones con calma, dándose el tiempo de comprender la idea geométrica que cada una utiliza para demostrar el teorema de Pitágoras. Si no recuerda las fórmulas de áreas, se adjunta una tabla con algunas áreas básicas.
b) ¿Cuál de las demostraciones le parece más simple y natural? ¿Por qué?
c) ¿Cuál le parece más compleja? ¿Por qué?
d) Sin necesidad de conocer el teorema de Pitágoras, muchos albañiles saben que para construir una escuadra sólo se necesita unos maderos, una huincha de medir y un serrucho. Dado que usted conoce el teorema, explique brevemente una forma de construir una escuadra con esos materiales.

e) Indique 3 usos del teorema de Pitágoras en aplicaciones prácticas (por ejemplo, para construir una escuadra).

Polígono	Perímetro	Área
Cuadrado de lado a 	$4a$	a^2
Triángulo de base b y altura h 	--	$\frac{b \cdot h}{2}$
Triángulo equilátero de lado a 	$3a$	$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$
Triángulo isósceles de base b y lado a 	$2b + a$	$\frac{b \cdot h}{2}$ $h = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$
Trapecio de altura h y bases b1 y b2 	--	$\frac{(b1 + b2)}{2} h$

Pregunta #2

a) Dibuje (con compás) sobre un papel un círculo de radio 2cm, uno de radio 3cm, uno de radio 4cm y uno radio 5cm. Dibuje sobre cada circulo un radio aproximadamente horizontal.
b) Sobre cada círculo dibuje una línea que pase por el centro del círculo y que forme un ángulo de 45 grados con la línea horizontal. Dibuje además otra línea formando un ángulo de 30 grados con la línea que acaba de dibujar.
c) Para cada círculo, mida el largo del arco subtendido por cada uno de los tres ángulos formados (el de 30, el de 45 y el 75). Para esto, idee dos métodos diferentes para medir trazos curvos. Puede, por ejemplo, poner un hilo sobre el arco, luego estirarlo y medir su largo, o puede intentar aproximar el trazo curvo por varios trazos rectos. Explique claramente los métodos usados y por que los eligió.
d) Complete una tabla con las mediciones para cada círculo, para cada ángulo y para método.
e) Sabiendo que el diámetro de un círculo es 2πR, use proporciones para determinar el largo teórico de los trazos medidos. Escríbalos en una tabla.
f) Divida, para cada circulo y ángulo, los largos determinados por los tres métodos (el teórico mas los dos de su elección) por el radio del circulo respectivo. Complete una tabla con dichos valores, y compare, para

cada ángulo por separado, los valores obtenidos en los diferentes círculos. Concluya si dicho cuociente depende del radio del círculo.

g) Todo este procedimiento es una forma alternativa de medir ángulos, y consiste en tomar el cuociente entre largo del arco subtendido por el ángulo que se desea medir y la distancia desde dicho arco hasta el vértice del ángulo (es decir el radio). Un ángulo medido de esta forma se dice que esta en **radianes**. Deduzca una formula para obtener un ángulo en radianes a partir de su valor en grados (indicación: vea la parte e). Explique que significa que un ángulo mida 1 radian y de su valor en grados.

Pregunta #3

Se dice que dos triángulos (ΔABC y ΔA’B’C’) son semejantes si <ABC = <A’B’C, <BAC = <B’A’C’ y <ACB = <A’B’C’ (donde < denota ángulo).

a) Para el triangulo de la figura 1 demuestre que ΔNMC es semejante con ΔEFC y que Δ EFC es semejante con ΔDGC. ¿Significa esto que ΔNMC es semejante con ΔDGC? ¿Por qué?

b) Se sabe que si ΔABC es semejante con ΔA’B’C’ entonces:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{C'A'}} = K$$

Donde K es conocida como la constante de proporcionalidad entre ΔABC y ΔA’B’C’. Sea K_1 la constante de proporcionalidad entre ΔNMC y ΔEFC, y K_2 la constante de proporcionalidad entre Δ EFC y ΔDGC. Calcule ambas y compruebe que se cumple:

$$\frac{\overline{NM}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{MC}}{\overline{FC}} = \frac{\overline{CN}}{\overline{CE}} = K_1 \quad \text{y} \quad \frac{\overline{EF}}{\overline{DG}} = \frac{\overline{FC}}{\overline{GC}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{CD}} = K_2$$

Esta última propiedad también es conocida como el teorema de Tales.

c) Se sabe que si ΔABC es semejante con ΔA’B’C’, entonces:

$$\frac{Area(\Delta ABC)}{Area(\Delta A'B'C')} = K^2$$

Donde K es la constante de proporcionalidad entre ΔABC y ΔA’B’C’. Compruebe que:

$$\frac{Area(\Delta NMC)}{Area(\Delta EFC)} = K_1^{\,2} \quad \text{y} \quad \frac{Area(\Delta EFC)}{Area(\Delta DGC)} = K^2{}_2$$

d) Se tiene el triángulo rectángulo de la figura 2 donde $\overline{AC}$ =3 y $\overline{BC}$ = 8. Se traza una línea perpendicular al trazo $\overline{BC}$ y tal que lo corta por la mitad, es decir $\overline{CE}$ = $\overline{BE}$ = 4 y que forma un nuevo triangulo ΔDEB. Dado que <ACE = 90º = <DEB, <EDB=<CAB, y <DBE=<ABC, podemos concluir que ambos triángulos son semejantes. Calcule el largo del trazo $\overline{BD}$.

e) Sea ΔABC (figura 3) inscrito en una circunferencia y tal que uno de sus lados pasa por el centro. Se pide demostrar que necesariamente <ABC= 90º. Para ellos siga los siguientes pasos:

I. Trace una recta entre O y B.
II. Defina α a <OBC y β a <OBA.
III. Note que $\overline{OC} = \overline{OB} = Radio$. Deduzca el valor de <OCB en función de α.
IV. Note que $\overline{OA} = \overline{OB} = Radio$. Deduzca el valor de <OAB en función de β.
V. Usando que la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180º concluya que <ABC= 90º.

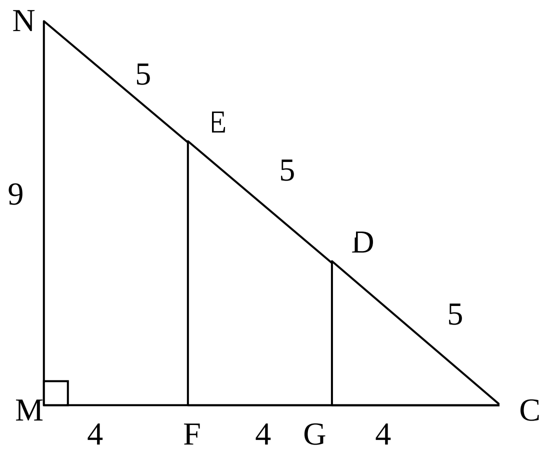


Figura 1

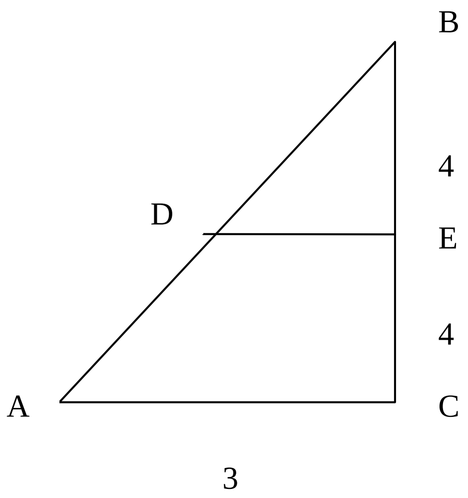


Figura 2

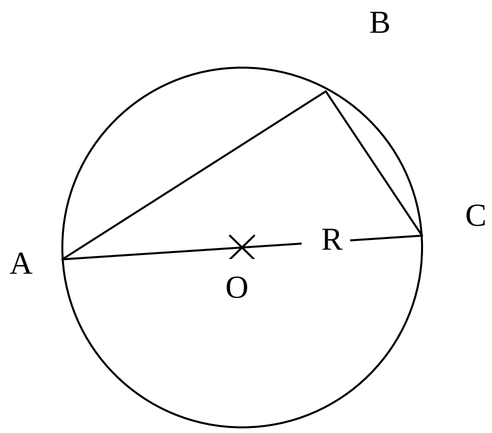


Figura 3