

Movimiento Circular y Oscilador Armónico

::Fecha de entrega

Martes 16 de Octubre 2007

::Objetivos

- :: Introducción a la dinámica de un resorte ideal.
- :: Revisar propiedades de las funciones seno y coseno.
- :: Introducción al movimiento armónico simple.

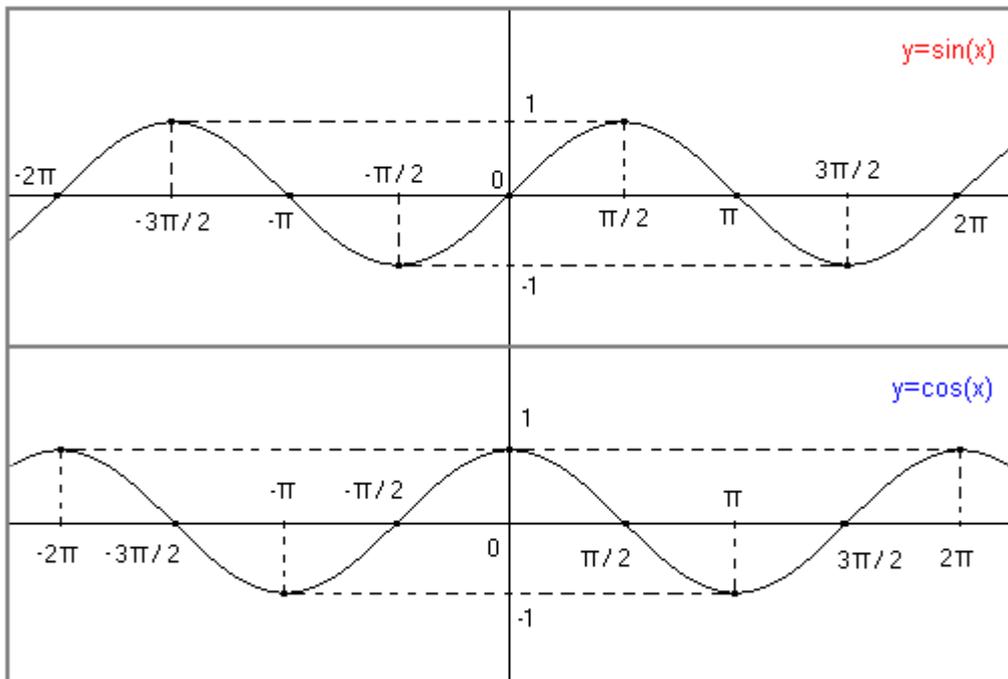
::Contenidos

1. Resortes y las ecuaciones asociadas a ellos.
2. Propiedades de las funciones trigonométricas.
3. Propiedades cualitativas del movimiento armónico simple.

Pregunta #1

Esta pregunta está enfocada a la comprensión de las funciones seno y coseno, sus derivadas, periodicidad y aplicaciones en movimiento armónico.

El siguiente diagrama muestra las gráficas de las funciones seno y coseno entre -2π y 2π .



- a) Encuentre en el gráfico los valores de $\text{sen}(x)$ y $\text{cos}(x)$ en los siguientes puntos: $-\pi, -\pi/2, 0, \pi/2$ y π . Complete la siguiente tabla:

x	Sen(x)	Cos(x)
$-\pi$		
$-\pi/2$		
0		
$\pi/2$		
π		

- b) Dibuje la recta tangente a la curva del seno en los puntos: $-\pi, -\pi/2, 0, \pi/2$ y π . Usando sus conocimientos de geometría, calcule la pendiente de esta recta. Haga lo mismo para el coseno y complete la siguiente tabla.

x	Pendiente de la tangente a Sen(x)	Pendiente de la tangente a Cos(x)
$-\pi$		
$-\pi/2$		
0		
$\pi/2$		
π		

- c) Compare los valores de la pendiente de la recta tangente a $\text{sen}(x)$ con los valores del coseno en cada punto, y los valores de la pendiente de la recta tangente a $\text{cos}(x)$ con los valores del seno en cada punto. ¿Qué relación esperaría encontrar entre $\text{sen}(x)$ y la pendiente de $\text{cos}(x)$? ¿Qué relación esperaría encontrar entre $\text{cos}(x)$ y la pendiente de $\text{sen}(x)$? Investigue al respecto.

Vea la siguiente animación, para apoyar sus conclusiones:

<http://www.walter-fendt.de/ph14s/circmotion.htm>

- d) Observe el gráfico. ¿Para qué valores de x se cumple que $|\text{sen}(x)|$ es máximo? ¿Para qué valores de x se cumple que $|\text{cos}(x)|$ es máximo? Diga cuales son las cotas (valores extremos) máximas y mínimas para ambas funciones. Concluya cuales son los máximos y mínimos de las funciones: $C \cdot \text{cos}(x)$ y $D \cdot \text{sen}(x)$ en el intervalo $[-\pi, \pi]$.
- e) Observe los gráficos de ambas funciones. Si usted tiene un valor $a \in \mathbb{R}$, tal que $\text{sen}(a)=b$. Diga cual es el valor de $\text{sen}(a+2\pi)$ y $\text{cos}(a+2\pi)$. Ahora considere las siguientes funciones: $\text{cos}(\omega \cdot t)$ y $\text{sen}(\omega \cdot t)$, donde t representa al tiempo y ω es una constante positiva. Calcule cuanto tiempo debe transcurrir de tal manera que ambas funciones, simultáneamente, vuelvan a valer lo mismo que valían en $t=0$. Nota: este valor es denominado periodo de la función, y no depende del valor de t inicial.
- f) Debido a todas estas propiedades (acotamiento, periodicidad, etc) las funciones seno y coseno son utilizadas para describir el movimiento oscilatorio. Vea la primera animación (resorte) de la página <http://www.ehu.es/acustica/bachillerato/mases/mases.html> sin olvidar leer las instrucciones. Investigue en esta página y otras cual es la ecuación para la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo, para una partícula con este movimiento (M.A.S.). ¿Qué es la amplitud y la frecuencia en un M.A.S.?

Pregunta #2

Un objeto puntual de masa M gira atado a una cuerda ideal, de forma que describe un M.C.U. en un plano horizontal, con rapidez V y a distancia R del centro de giro. Para $t=0$, el objeto se encuentra $\theta=0$, siendo θ el ángulo que forma la cuerda con el eje de las x (Ver figura 1). Note que θ representa en ángulo barrido por la cuerda y que, para efectos práctico, luego de dar una vuelta el ángulo no vuelve a cero sino que sigue creciendo más allá de 360° .

- a) ¿Por qué el cuerpo de masa M , a pesar de que su rapidez es constante, acelera?
- b) Indique el módulo del vector aceleración en términos de R y V .
- c) ¿Hacia donde apunta el vector aceleración?
- d) Haga un D.C.L. del cuerpo. Encuentre el valor del módulo de la tensión en la cuerda.
- e) Dibuje los vectores velocidad y aceleración en los puntos 1, 2, 3 y 4 de la figura 1.
- f) ¿Qué es el periodo en un M.C.U.? ¿Qué valor tiene en este caso?
- g) Indique cuanto demora el objeto en ir hasta los puntos 2, 3 y 4 partiendo desde el punto 1.

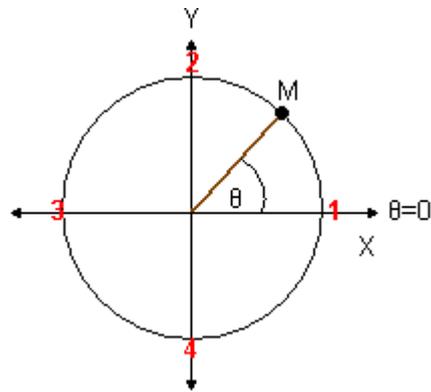


Figura 1

Pregunta #3

Se sabe que un resorte, de constante elástica k y largo natural l_0 ejercerá una fuerza $F = -k(x - l_0)$, donde x es la posición de un extremo del resorte medida desde el otro extremo de dicho resorte. Así, por ejemplo, si un resorte se encuentra estirado en su largo natural, no ejercerá fuerzas.

- a) En la figura se muestra un resorte de constante k y largo natural l_0 en diferentes posiciones. Indique con una flecha (módulo y dirección) la fuerza que ejerce dicho resorte en cada situación.

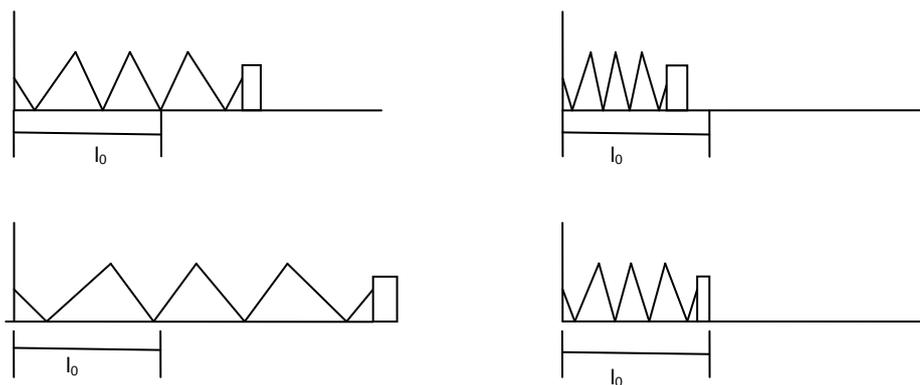


Figura 2

- b) En la figura se observa un resorte de largo natural l_0 y constante k que soporta a un objeto de masa m . Determine la altura del objeto.

