Cinemática = Descripción del movimiento

En 1993, Dave Munday, un mecánico de profesión, se lanzó por segunda vez desde el borde canadiense de las cataratas del Niagara, cayendo libremente 48 m sobre el agua y las rocas. Munday sobrevivió una vez más debido a sus amplios conocimientos de física e ingeniería.

¿Si su caída fue vertical, como pudo predecir la velocidad con la cual el barril chocaría con el agua?

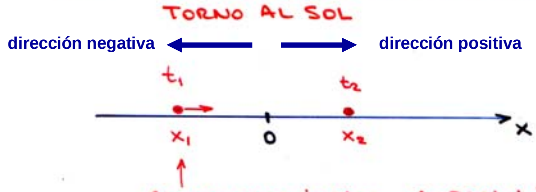
CINEMÁTICA EN UNA DIMENSIÓN

DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO EN UNA LINEA RECTA DE UNA PARTICULA

EJ. CAIDA DE UNA PIEDRA
MOVIMIENTO DE UN AUTO

PARTICULA ES UN OBJETO PUNTUAL (SIN DIMENSIONES), PERO CON MASA

EJ. MOVIMIENTO DE LA TIERRA EN TORNO AL SOL



COORDENADA INDICA LA POSICIÓN DE LA PARTICULA EN UN INSTANTE DE TIEMPO DADO

¡¡Elección del sistema de referencia (coordenadas) es arbitrario!!

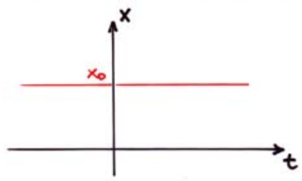
LA TRAYECTORIA DE UNA PARTÍCULA ES ESPECIFICADA POR LA FUNCIÓN $X(t)$

DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO

- ECUACIONES
- GRÁFICOS Y TABLAS DE VALORES

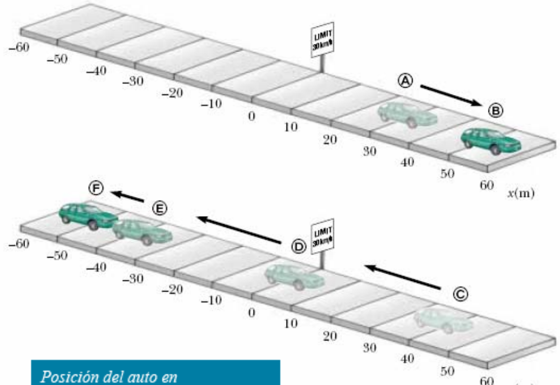
TIEMPO	POSICIÓN
t_0	x_0
t_1	x_1
t_2	x_2
⋮	⋮

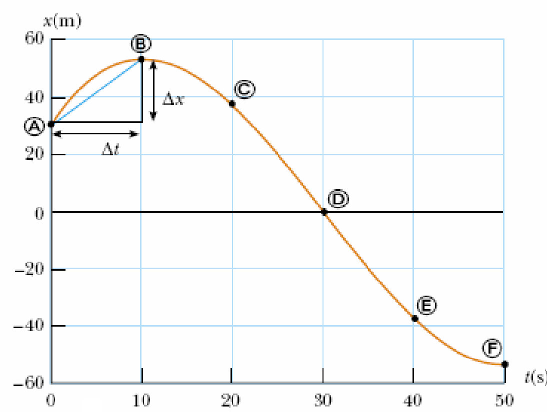
EJEMPLO. NO HAY MOVIMIENTO



$X(t) = X_0$

Ejemplo: Movimiento de un auto en 1D

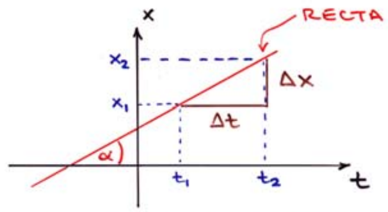




Posición del auto en varios instantes

Posición	t(s)	x(m)
A	0	30
B	10	52
C	20	38
D	30	0
E	40	−37
F	50	−53

VELOCIDAD CONSTANTE



VELOCIDAD ES EL COCIENTE ENTRE EL CAMBIO DE POSICIÓN DE LA PARTÍCULA Y EL TIEMPO QUE TRANSCURRIÓ DURANTE DICHO DESPLAZAMIENTO

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

EN ESTE CASO, v ES LA PENDIENTE DE LA RECTA

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan \alpha$$

Introducción a la Física FI10A-02
Andrés Meza
Semestre Otoño 2006

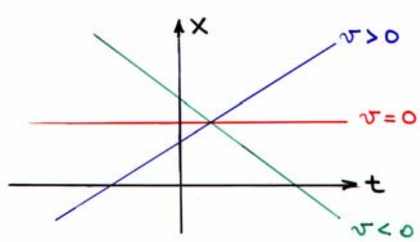
ECUACIÓN DE MOVIMIENTO

SI EN $t = 0$ LA PARTÍCULA ESTÁ EN LA POSICIÓN x_0

$$v = \frac{x - x_0}{t - 0}$$

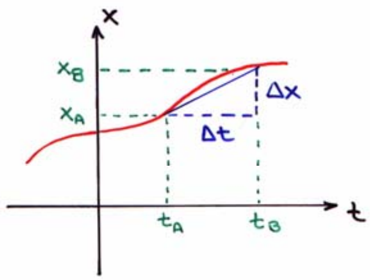
$$vt = x - x_0$$

$$\boxed{x = x_0 + vt}$$



VELOCIDAD MEDIA

EN GENERAL, LA VELOCIDAD DE UNA PARTICULA CAMBIA CON EL TIEMPO

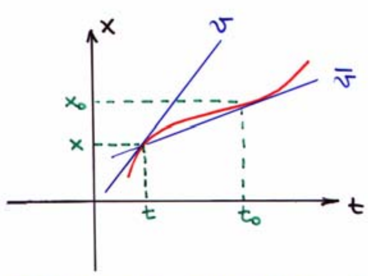


LA VELOCIDAD MEDIA ENTRE EL PUNTO A Y EL PUNTO B SE DEFINE POR

$$\bar{v} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Introducción a la Física FI10A-02
Andrés Meza
Semestre Otoño 2006

VELOCIDAD INSTÁNTANEA



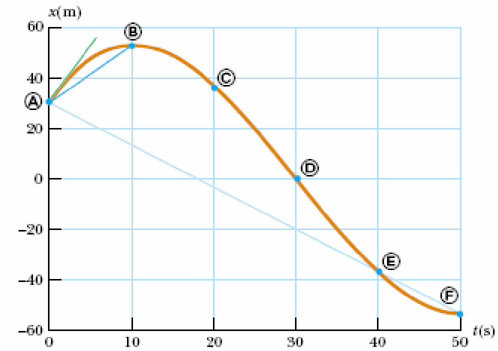
SE DEFINE LA VELOCIDAD INSTÁNTANEA EN EL PUNTO X POR

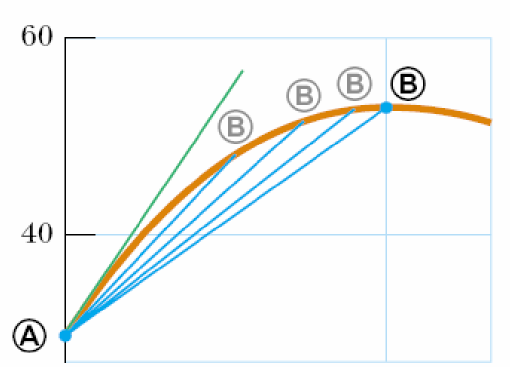
$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

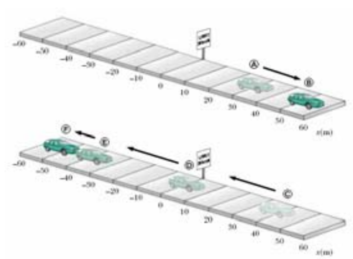
DERIVADA DE LA POSICIÓN CON RESPECTO AL TIEMPO

v ES LA INCLINACIÓN DE LA TANGENTE A LA CURVA EN EL PUNTO X

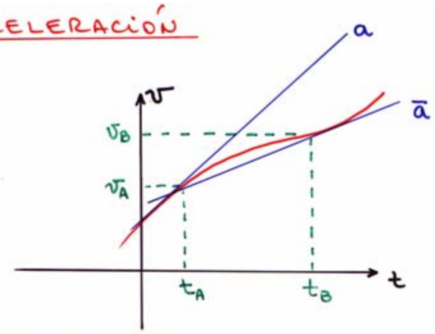
Ejemplo: Movimiento de un auto en 1D







ACELERACIÓN



ACELERACIÓN MEDIA :

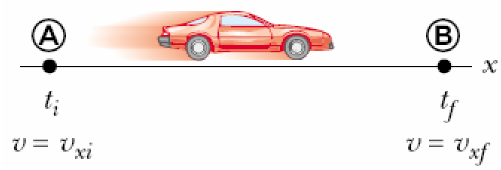
$$\bar{a} = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

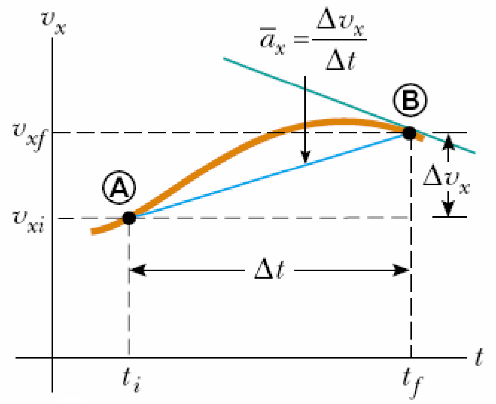
ACELERACIÓN INSTÁNTANEA :

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

a ESTÁ DADA POR LA PENDIENTE DE LA TANGENTE A LA CURVA VELOCIDAD VERSUS TIEMPO

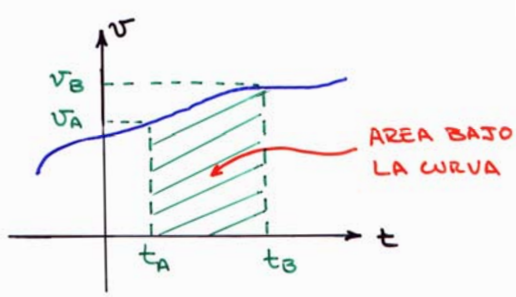
Ejemplo: Movimiento de un auto en 1D





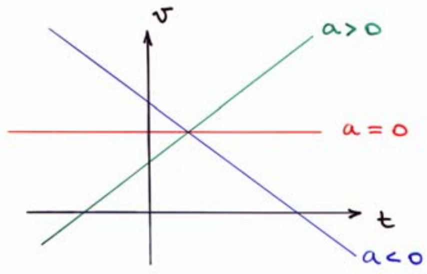
El aumento (disminución) de la velocidad no siempre está asociado a una aceleración positiva (negativa). En un movimiento en 1D lo que determina que el objeto acelere o frene es la dirección relativa entre la velocidad y la aceleración.

EN UN GRÁFICO VELOCIDAD VERSUS TIEMPO
EL ÁREA ENCERRADA BAJO LA CURVA
ES IGUAL A LA DISTANCIA RECORRIDA
EN EL INTERVALO



$$\text{AREA} = d = \int_{t_A}^{t_B} v \cdot dt$$

ACELERACIÓN CONSTANTE

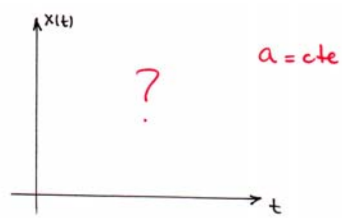


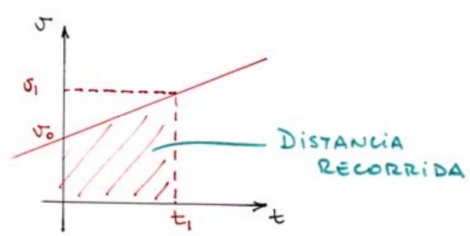
SI LA ACELERACIÓN ES CONSTANTE, DE LA DEFINICIÓN DE ACELERACIÓN MEDIA

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

(EN $t = 0$, LA VELOCIDAD DE LA PARTÍCULA ES v_0)

$$\Rightarrow \quad \boxed{v = v_0 + at}$$

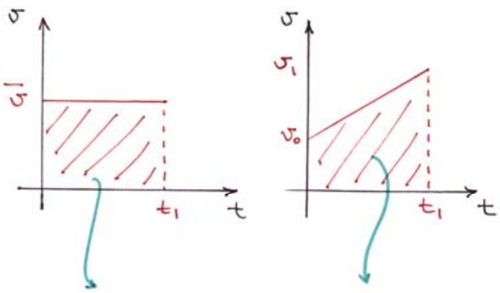




DISTANCIA RECORRIDA POR EL MÓVIL CON v_0 $< D$

DISTANCIA RECORRIDA POR EL MÓVIL CON v_1 $> D$

$\Rightarrow$ EXISTE UNA VELOCIDAD $v_0 < \bar{v} < v_1$ TAL QUE LA DISTANCIA RECORRIDA ES D



$$\bar{v} t_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2}(v_1 - v_0) t_1$$

$$\bar{v} t_1 = \frac{1}{2}(v_1 + v_0) t_1$$

$$\therefore \quad \bar{v} = \frac{1}{2}(v_1 + v_0) = \text{VELOCIDAD MEDIA}$$

Introducción a la Física FI10A-02
Andrés Meza
Semestre Otoño 2006

ENTONCES

$$x - x_0 = \frac{1}{2}(v + v_0) t$$

PERO $\boxed{v = v_0 + a t}$

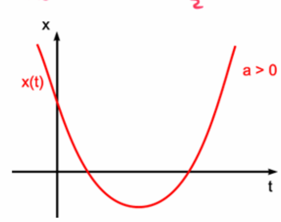
$\Rightarrow$ $\boxed{x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2}$

ECUACIONES DE MOVIMIENTO 1-DIM CON ACELERACIÓN CONSTANTE

PARÁBOLA

POLINOMIO 2° GRADO

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$



$$f(x) = a x^2 + b x + c$$

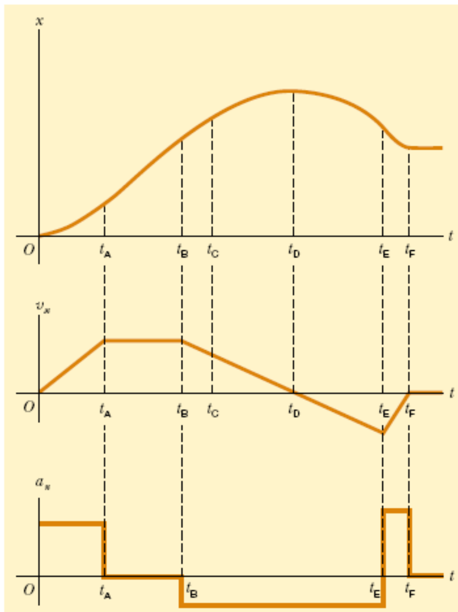
$$f(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Interpretación de gráficos

posición

velocidad

aceleración



ECS. MOVIMIENTO 1-DIM

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \qquad (1)$$

$$v = v_0 + a t \qquad (2)$$

DE LAS ECS. PODEMOS DESPEJAR EL TIEMPO

$$(2) \Rightarrow \qquad t = \frac{v - v_0}{a}$$

(1) SE PUEDE REESCRIBIR COMO

$$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)\, t$$

ENTONCES

$$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)\frac{(v - v_0)}{a}$$

¡NO ES UNA EC. ADICIONAL!

$$\boxed{2a(x - x_0) = v^2 - v_0^2}$$

EJERCICIO

Dos trenes con rapidez V se mueven en sentido contrario. En $t = 0$, separados por una distancia D, una paloma con velocidad $U > V$, con respecto a la tierra, vuela de un tren a otro y vuelve al primero, así sucesivamente hasta que los trenes chocan.

→ Distancia recorrida por la paloma hasta el choque

RESP

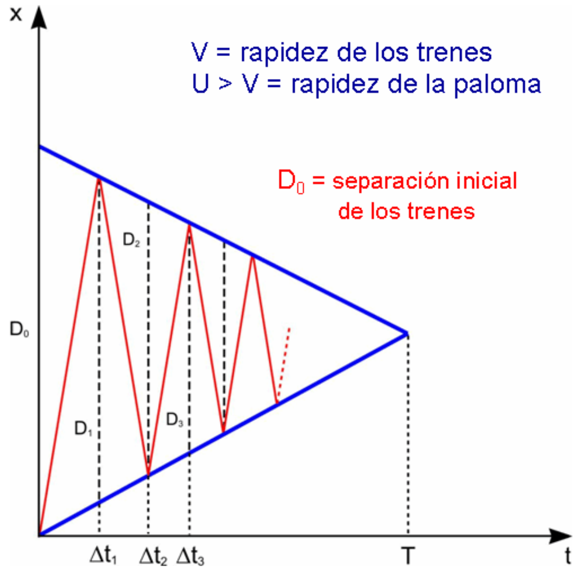
1) CAMINO FÁCIL:

TIEMPO QUE TARDAN LOS TRENES EN CHOCAR $= \dfrac{D}{2V}$

LA PALOMA ESTÁ EN VUELO TODO ESE TIEMPO

$$\Rightarrow \quad \boxed{X = TU = \frac{DU}{2V}}$$

2) SOLUCIÓN ALTERNATIVA: MÁS LARGA PERO MÁS ILUSTRATIVA



1er CHOQUE

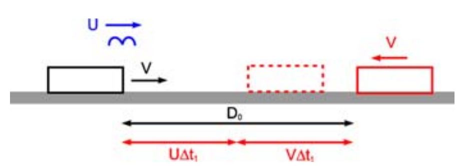
$$\left.\begin{aligned} \Delta x_1 &= U \Delta t_1 \\ \Delta t_1 &= \frac{D_0}{U+V} \end{aligned}\right\} \quad \Delta x_1 = D_0 \frac{U}{U+V}$$

2do CHOQUE

$$\left.\begin{aligned} \Delta x_2 &= U \Delta t_2 \\ \Delta t_2 &= \frac{D_1}{U+V} \end{aligned}\right\} \quad \Delta x_2 = D_1 \frac{U}{U+V}$$

3er CHOQUE .....

$$\underbrace{U\Delta t_1}_{\text{distancia recorrida por la paloma}} = D_0 - \underbrace{V\Delta t_1}_{\text{distancia recorrida por el tren}}$$



CAMINO RECORRIDO POR LA PALOMA

$$X = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_n + \dots$$

$$x = \frac{U}{U+V}\left[D_0 + D_1 + D_2 + \dots D_n + \dots \right]$$

PERO $D_1 = D_0 - 2V\Delta t_1$

$$D_1 = D_0 - \frac{2VD_0}{U+V}$$

$$D_1 = \left(\frac{U-V}{U+V}\right) D_0$$

ANÁLOGAMENTE

$$D_2 = \left(\frac{U-U}{U+V}\right) D_1$$

$$\vdots$$

$$D_n = \left(\frac{U-V}{U+V}\right) D_{n-1}$$

Introducción a la Física FI10A-02
Andrés Meza
Semestre Otoño 2006

$$\Rightarrow \quad D_n = \left(\frac{U-V}{U+V}\right)^n D_0$$

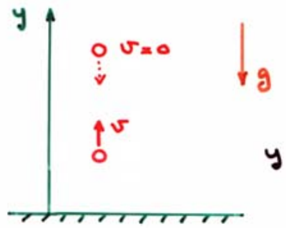
Sea $r \equiv \dfrac{U-V}{U+V} < 1$

ENTONCES

$$X = \frac{U}{U+V} D_0 \underbrace{\left[1 + r + r^2 + \dots \right]}_{\frac{1}{1-r} = \frac{U+V}{2V}}$$

$$\therefore \quad X = \frac{UD_0}{2V}$$

ACELERACIÓN DE GRAVEDAD



$$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

¿CUANTO TARDA EN VOLVER AL SUELO?

$$y = 0 = v_0 T - \frac{1}{2} g T^2$$

$$T \left(v_0 - \frac{1}{2} g T \right) = 0$$

2 SOLUCIONES : $T = 0$

$$T = \frac{2 v_0}{g}$$

Introducción a la Física FI10A-02
Andrés Meza
Semestre Otoño 2006

TIEMPO QUE DEMORA EN ALCANZAR SU ALTURA MÁXIMA

$$v = v_0 - g t$$

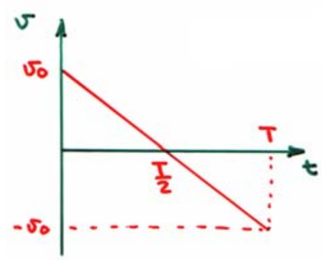
$v = 0 \Rightarrow$ $$0 = v_0 - g T_m$$

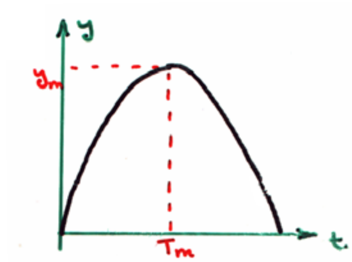
$$T_m = \frac{v_0}{g} = \frac{T}{2}$$

VALOR DE LA ALTURA MÁXIMA

$$y_m = v_0 T_m - \frac{1}{2} g T_m^2$$

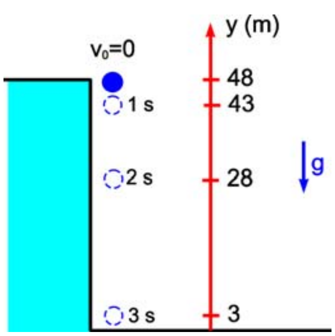
$$y_m = \frac{v_0^2}{g} - \frac{1}{2} g \frac{v_0^2}{g^2} = \frac{v_0^2}{2g}$$





En 1993, Dave Munday, un mecánico de profesión, se lanzó por segunda vez desde el borde canadiense de las cataratas del Niagara, cayendo libremente 48 m sobre el agua y las rocas. Munday sobrevivió una vez más debido a sus amplios conocimientos de física e ingeniería.

¿Si su caída fue vertical, como pudo predecir la velocidad con la cual el barril chocaría con el agua?



datos del problema

$$y_0 = h = 48\,\text{m}$$
$$v_0 = 0$$
$$g = 10\,\text{m/s}^2$$

posición y velocidad del barril

$$y = h - \frac{1}{2}gt^2$$
$$v = -gt$$

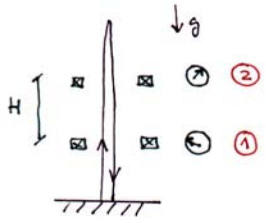
tiempo de caída del barril

$$y = 0 \Rightarrow t_{\text{caida}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 48\,\cancel{\text{m}}}{10\,\cancel{\text{m}}/\text{s}^2}} = \sqrt{\frac{48}{5}}\,\text{s} = 3.1\,\text{s}$$

velocidad del barril al chocar con el agua

$$v_{\text{agua}} = -gt_{\text{caida}} = -\sqrt{2hg}$$
$$v_{\text{agua}} = -\sqrt{2\cdot 48\,\text{m}\cdot 10\,\text{m/s}^2}$$
$$v_{agua} = -31{,}0\,\text{m/s} = 111{,}5\,\text{km/h}$$

MÉTODO PARA MEDIR "g"



SE LANZA UNA BOLITA VERTICALMENTE.

AL PASAR POR EL PUNTO ① SE ACTIVA UN RELOJ

AL LLEGAR AL PUNTO ② SE ACTIVA OTRO RELOJ

AL BAJAR PASA NUEVAMENTE POR ② Y EL RELOJ SE DETIENE $\Rightarrow \Delta T_2$

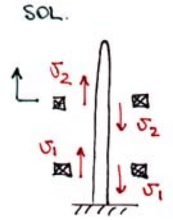
LUEGO PASA POR ① Y EL RELOJ SE DETIENE

$\Rightarrow \Delta T_1$

DEMUESTRE QUE

$$g = \frac{8H}{(\Delta T_1)^2 - (\Delta T_2)^2}$$

SOL.



USANDO

$$v(t) = v_0 - g t$$

EN ② SE TIENE

$$-v_2 = v_2 - g\,\Delta T_2$$

$$\Delta T_2 = \frac{2 v_2}{g}$$

ANALOGAMENTE EN ①

$$-v_1 = v_1 - g\,\Delta T_1$$

$$\Delta T_1 = \frac{2 v_1}{g}$$

USEMOS AHORA

$$2a(x - x_0) = v^2 - v_0^2$$

EN NUESTRO CASO

$$-2gH = v_2^2 - v_1^2$$

$$-2gH = \frac{g^2(\Delta T_2)^2}{4} - \frac{g^2(\Delta T_1)^2}{4}$$

$$8H = g\left[(\Delta T_1)^2 - (\Delta T_2)^2\right]$$

$$\boxed{g = \frac{8H}{(\Delta T_1)^2 - (\Delta T_2)^2}}$$