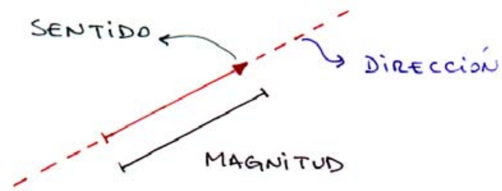
VECTORES

¿POR QUÉ?

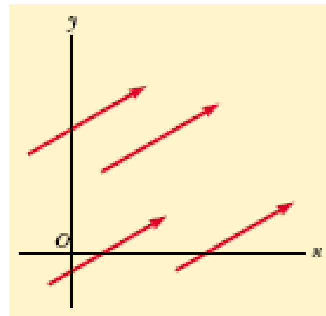
- DESCRIBIR MOVIMIENTO EN 2 Y 3 DIM.
- NOTACIÓN MAS COMPACTA



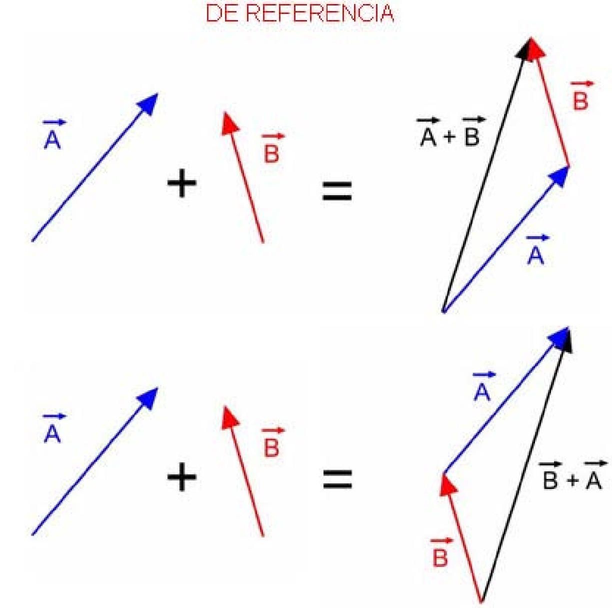
EJEMPLOS: ↓ g

POSICIÓN Y VELOCIDAD DE UN OBJETO

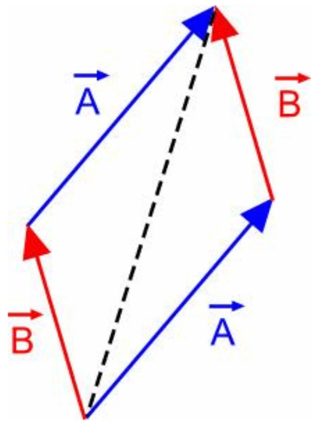
Dos vectores son iguales si sus magnitudes son iguales y ambos apuntan en la misma dirección aún cuando sus puntos de partida sean diferentes.



GEOMETRÍA INDEPENDIENTE DEL SISTEMA DE REFERENCIA

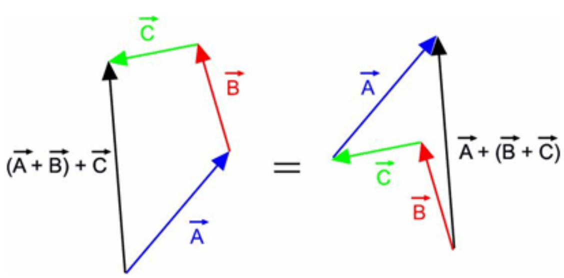


LEY DEL PARALELOGRAMO

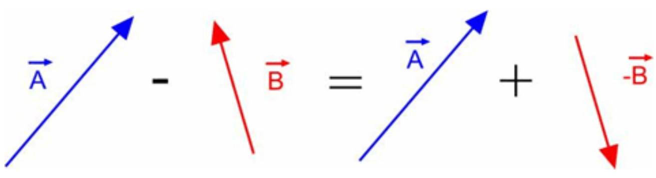


SUMA DE VECTORES ES CONMUTATIVA
¡NO IMPORTA EL ORDEN!

ASOCIATIVIDAD SUMA DE 3 VECTORES



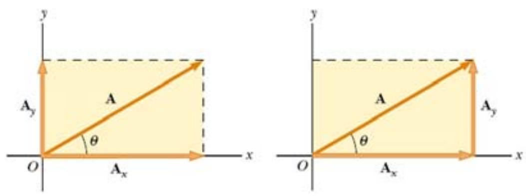
RESTA DE VECTORES



VECTORES

REPRESENTACIÓN ANALÍTICA

→ SISTEMA DE REFERENCIA



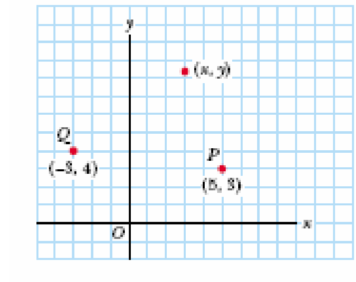
2 DIM → $\vec{A} = \underbrace{(A_x, A_y)}$

PAR ORDENADO

MAGNITUD DEL VECTOR $\vec{A} \equiv |\vec{A}|$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

Sistema de referencia



Introducción a la Física FI10A-02
Andrés Meza
Semestre Otoño 2006

COMPONENTES CARTESIANAS

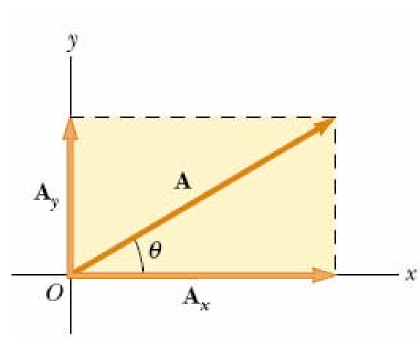
$$A_x = |\vec{A}| \cos\theta$$

$$A_y = |\vec{A}| \operatorname{sen}\theta$$

¡ORDEN DE LAS COMPONENTES ES IMPORTANTE!

DIRECCION → $\tan\theta = \dfrac{A_y}{A_x}$

SENTIDO → SIGNO DE LAS COMPONENTES A_x y A_y



SUMA DE VECTORES

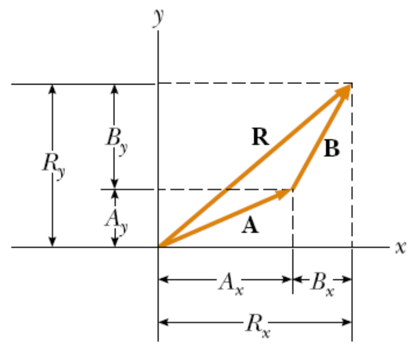
$\vec{A} = (A_x, A_y)$
$\vec{B} = (B_x, B_y)$ } USANDO EL MISMO SISTEMA DE REFERENCIA

$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x, A_y + B_y)$

PARA SUMAR VECTORES SE SUMAN SUS COMPONENTES

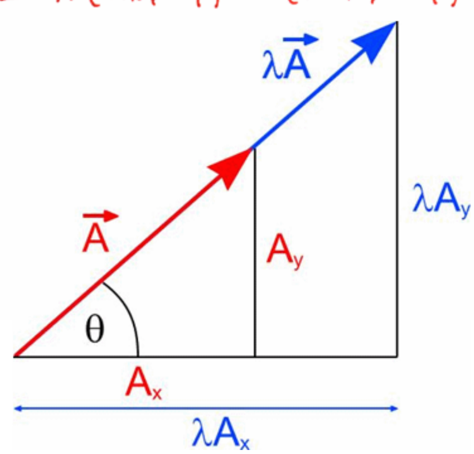
RESTA DE VECTORES

$\vec{A} - \vec{B} = (A_x - B_x, A_y - B_y)$

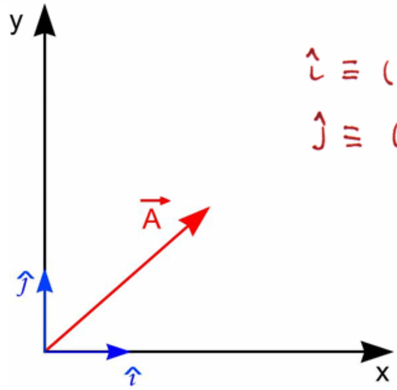


Multiplicación por escalar

$\lambda \vec{A} = \lambda (A_x, A_y) = (\lambda A_x, \lambda A_y)$



VECTORES UNITARIOS



$\hat{\imath} \equiv (1,0)$

$\hat{j} \equiv (0,1)$

$\vec{A} = A_x \hat{\imath} + A_y \hat{j}$

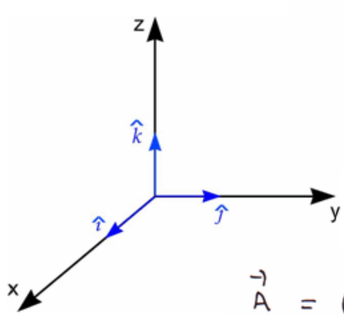
Introducción a la Física FI10A-02
Andrés Meza
Semestre Otoño 2006

3- DIMENSIONES

$\hat{\imath} \equiv (1,0,0)$

$\hat{j} \equiv (0,1,0)$

$\hat{k} \equiv (0,0,1)$



$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$

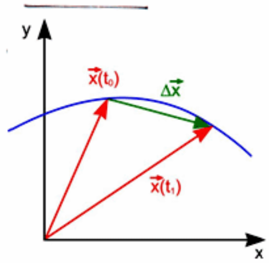
$\vec{A} = A_x \hat{\imath} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$

Movimiento en dos dimensiones

En 1922, uno de los Zacchinis, una famosa familia de circenses italianos, fue la primera “bala humana” disparada por un cañón. Para aumentar la espectacularidad del acto, la familia aumento gradualmente la distancia del vuelo, hasta que, en 1940, Emanuel Zacchini voló sobre tres ruedas de la fortuna, atravesando una distancia horizontal de 69 m.

¿Cómo pudo saber donde colocar la red y cómo pudo estar seguro que alcanzaría altura suficiente para no golpear las ruedas de la fortuna?

Posición (2 DIM)

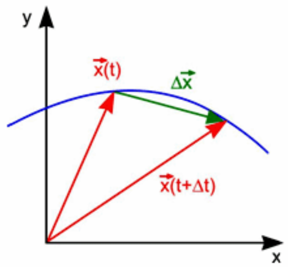


$$\vec{x}(t) = (x(t), y(t))$$

Velocidad $\quad \vec{v}(t) = (v_x(t), v_y(t))$

Aceleración $\quad \vec{a}(t) = (a_x(t), a_y(t))$

VELOCIDAD



DESPLAZAMIENTO

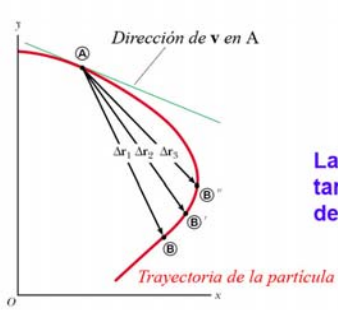
$$\vec{v}(t) = \frac{\vec{x}(t+\Delta t) - \vec{x}(t)}{\Delta t} \equiv \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

$$\vec{v}(t) = \left(\frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}, \frac{y(t+\Delta t) - y(t)}{\Delta t} \right)$$

VELOCIDAD INSTANTÁNEA

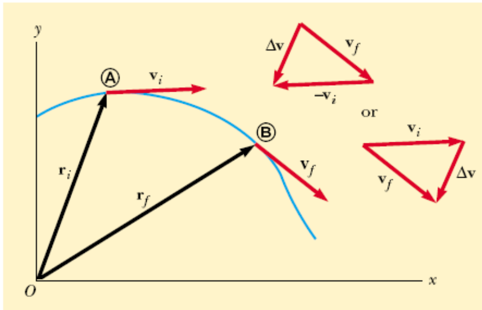
$$v_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} \right] \equiv \underbrace{\frac{dx(t)}{dt}}_{\dot{x}(t)}$$

ANÁLOGAMENTE PARA $v_y(t)$....



La velocidad es siempre tangente a la trayectoria de la partícula

Aceleración instantánea



$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{x}}{dt^2}$$

¡La aceleración no es necesariamente tangente a la trayectoria de la partícula!

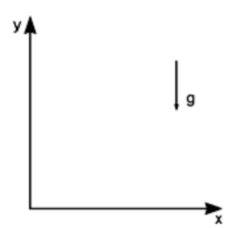
Una partícula puede acelerar si:

- **El modulo de la velocidad cambia.**
- **La dirección de la velocidad cambia.**
- **Tanto el modulo de la velocidad como su dirección cambian.**

Introducción a la Física FI10A-02
Andrés Meza
Semestre Otoño 2006

ACELERACIÓN CONSTANTE

$\vec{a} = (0, -g)$



$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}\,t^2$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}\,t$$

EJE X

$a_x = 0$

$\Downarrow$

$x = x_0 + v_{0x} t$

$v_x = v_{0x}$

EJE Y

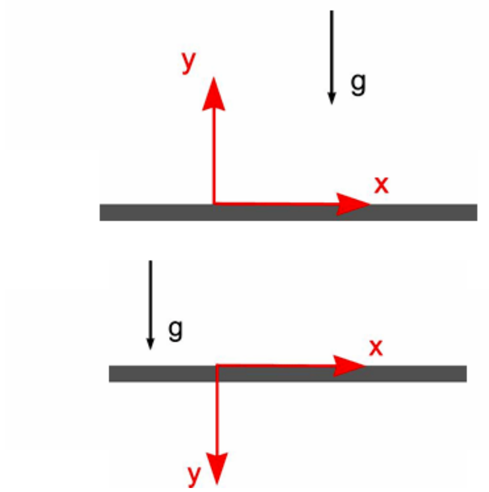
$a_y = -g$

$\Downarrow$

$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$

$v_y = v_{0y} - g t$

EJEMPLO

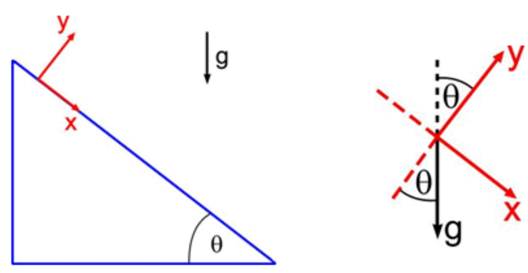


$\vec{g} = (0, -g)$

$\vec{g} = (0, g)$

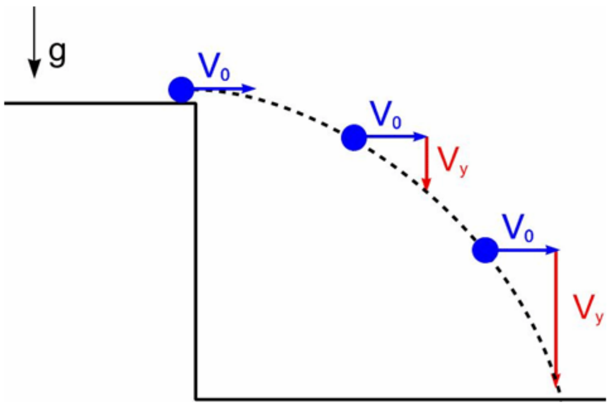
Introducción a la Física FI10A-02
Andrés Meza
Semestre Otoño 2006

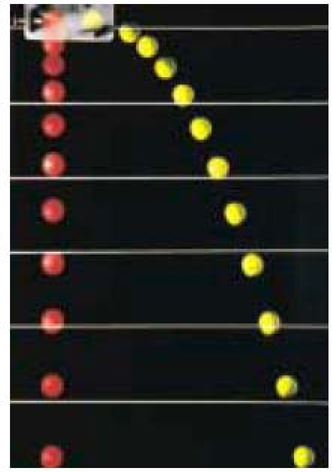
EJEMPLO PLANO INCLINADO



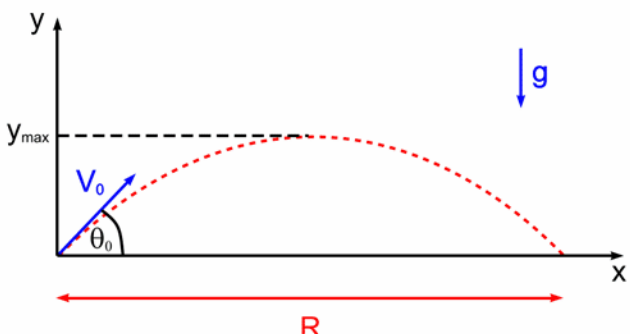
$\vec{g} = (g \operatorname{sen}\theta, -g\cos\theta)$

PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN (GALILEO)





LANZAMIENTO DE PROYECTILES



POSICIÓN INICIAL $x_0 = y_0 = 0$

VELOCIDAD INICIAL $v_{0x} = v_0 \cos\theta_0$

$v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta_0$

ACELERACIÓN $a_x = 0$

$a_y = -g$

ECUACIONES DE MOVIMIENTO

EJE X

$$x = v_0 \cos\theta_0 \, t \qquad (1)$$

$$v_x = v_0 \cos\theta_0 \qquad (2)$$

EJE Y

$$y = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 \, t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad (3)$$

$$v_y = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 - g t \qquad (4)$$

DE LA ECUACIÓN (1)

$$x = v_0 \cos\theta_0 \, t \implies t = \frac{x}{v_0 \cos\theta_0}$$

REEMPLAZANDO EN (3)

$$y = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 \frac{x}{v_0 \cos\theta_0} - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos\theta_0} \right)^2$$

$$y = \tan\theta_0 \, x - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\theta_0} x^2$$

$$y \equiv a x - b x^2 = \text{EC. PARÁBOLA}$$

ALCANCE MÁXIMO R

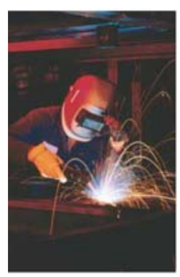
$$y = 0 \implies 0 = \tan\theta_0 \, x - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\theta_0} x^2$$

$$0 = x \left(\tan\theta_0 - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\theta_0} x \right)$$

$\implies$ i) $x = 0$

ii) $\tan\theta_0 - \dfrac{g}{2 v_0^2 \cos^2\theta_0} x = 0$

$$\therefore \quad x = \frac{2 v_0^2}{g} \frac{\operatorname{sen}\theta_0 \cos^2\theta_0}{\cos\theta_0}$$

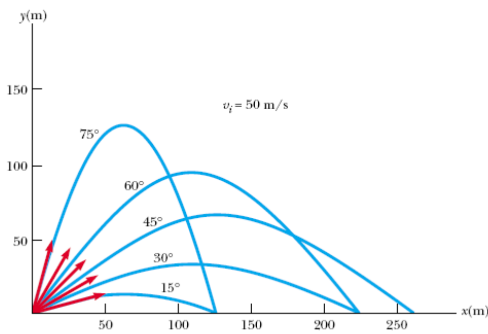


POR LO TANTO

$$R = \frac{2 v_0^2}{g} \operatorname{sen}\theta_0 \cos\theta_0$$

$$\boxed{R = \frac{v_0^2}{g} \operatorname{sen}(2\theta_0)}$$

$$R_{maximo} = \frac{v_0^2}{g} \quad \text{PARA} \quad \theta = 45°$$



ALTURA MAXIMA

$$v_y = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 - g\, t_{max}$$

$$t_{max} = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g}$$

REEMPLAZANDO EN 3

$$H = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 \left(\frac{v_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g}\right)^2$$

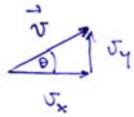
$$\boxed{H = \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta_0}{g}}$$

RELACIÓN ÚTIL

$$\frac{v_y}{v_{0x}} = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} - \frac{g\,t}{v_{0x}}$$

$$v_{0x} \equiv v_0 \cos\theta_0 = v_x$$

PERO $\tan\theta = \dfrac{v_y}{v_x}$

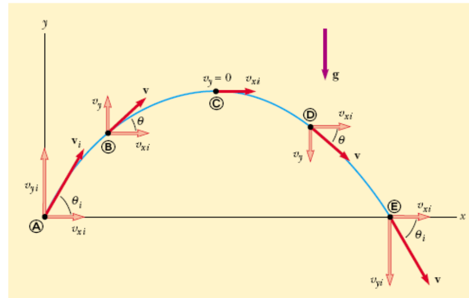


ENTONCES

$$\tan\theta = \tan\theta_0 - \frac{g}{v_{0x}}\,t$$

PERO $t = \dfrac{x}{v_{0x}} = \dfrac{x}{v_0\cos\theta_0}$

$$\therefore \quad \tan\theta = \tan\theta_0 - \frac{g}{v_0^2\cos^2\theta_0}\,x$$



Introducción a la Física FI10A-02
Andrés Meza
Semestre Otoño 2006

PERO $R = \dfrac{2v_0^2}{g}\,\mathrm{sen}\,\theta_0\cos\theta_0$ ENTONCES

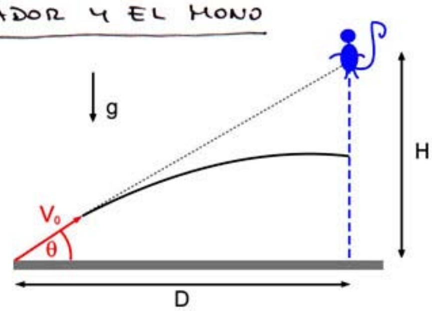
$$\tan\theta = \tan\theta_0\left(1 - \frac{g}{v_0^2}\,\frac{x}{\cos^2\theta_0}\,\frac{\cos\theta_0}{\mathrm{sen}\,\theta_0}\right)$$

$$\tan\theta = \tan\theta_0\left(1 - \frac{2x}{\frac{2v_0^2}{g}\,\mathrm{sen}\,\theta_0\cos\theta_0}\right)$$

$$\boxed{\tan\theta = \tan\theta_0\left(1 - \frac{2x}{R}\right)}$$

ÁNGULO EN FUNCIÓN DE LA POSICIÓN

EL CAZADOR Y EL MONO



ECS. DE MOVIMIENTO

BALA

$$x = v_0 \cos\theta\, t \qquad y = v_0 \operatorname{sen}\theta\, t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_x = v_0 \cos\theta \qquad v_y = v_0 \operatorname{sen}\theta - g t$$

Introducción a la Física FI10A-02
Andrés Meza
Semestre Otoño 2006

MONO

$$Y = h - \frac{1}{2} g t^2$$

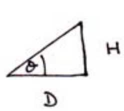
$$V_y = - g t$$

TIEMPO QUE DEMORA LA BALA EN RECORRER LA DISTANCIA D

$$x = D \quad \Rightarrow \quad D = v_0 \cos\theta\, T$$

$$T = \frac{D}{v_0 \cos\theta}$$

PERO



$$\tan\theta = \frac{H}{D}$$

$$\Rightarrow \quad D = \frac{H}{\tan\theta} = \frac{H\cos\theta}{\operatorname{sen}\theta}$$

ENTONCES

$$\boxed{T = \frac{H}{v_0 \operatorname{sen}\theta}}$$

ALTURA DE LA BALA

$$y_{BALA} = v_0 \operatorname{sen}\theta \frac{H}{v_0 \operatorname{sen}\theta} - \frac{1}{2} g \left(\frac{H}{v_0 \operatorname{sen}\theta}\right)^2$$

$$\boxed{y_{BALA} = H - \frac{1}{2}\frac{g H^2}{v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta}}$$

ALTURA DEL MONO

$$y_{mono} = H - \frac{1}{2} g T^2$$

$$y_{mono} = H - \frac{1}{2} g \left(\frac{H}{v_0 \operatorname{sen}\theta}\right)^2$$

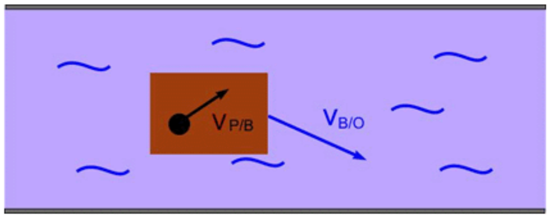
$$\boxed{y_{mono} = H - \frac{1}{2}\frac{g H^2}{v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta}}$$

POR LO TANTO

$$y_{BALA} = y_{MONO}$$

¡EL CAZADOR SIEMPRE LE APUNTA AL MONO!

VELOCIDAD RELATIVA



UNA PERSONA CAMINA SOBRE UNA BARCAZA CON UNA VELOCIDAD $\vec{v}_{P/B}$.

LA BARCAZA VIAJA CON UNA VELOCIDAD $\vec{v}_{B/O}$

¿CUÁL ES LA VELOCIDAD DE LA PERSONA CON RESPECTO A LA ORILLA?

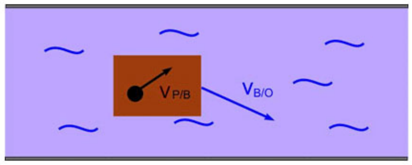
APLIQUEMOS EL PRINCIPIO DE SUPEPOSICIÓN

1ero: CONGELAMOS EL MOVIMIENTO DE LA PERSONA c/r A LA BARCAZA

$$\vec{v}_{P/O} = \vec{v}_{B/O} + \dots$$

2do: CONGELAMOS LA VELOCIDAD DE LA BARCAZA c/r A LA ORILLA

$$\vec{v}_{P/O} = \dots + \vec{v}_{P/B}$$



SUPERPONEMOS AMBOS MOVIMIENTOS

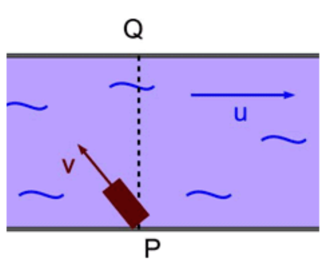
$$\boxed{\vec{v}_{P/O} = \vec{v}_{B/O} + \vec{v}_{P/B}}$$

REGLA NEMOTÉCNICA

$$\frac{P}{O} = \frac{\cancel{B}}{O} \cdot \frac{P}{\cancel{B}}$$

EJEMPLO TÍPICO

BOTE ATRAVESANDO UN RÍO

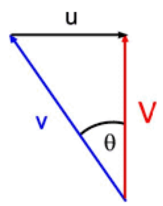


$\vec{u} \equiv$ VELOCIDAD RÍO c/r ORILLA

$\vec{v} \equiv$ VELOCIDAD BOTE c/r RÍO

$\Rightarrow$ $\vec{V} \equiv$ VELOCIDAD BOTE c/r ORILLA

$$\vec{V} = \vec{u}_{RÍO/ORILLA} + \vec{v}_{BOTE/RÍO}$$



PARA LLEGAR AL PUNTO Q

$$|\vec{v}|\,\text{sen}\,\theta = |\vec{u}|$$

TIEMPO QUE DEMORA

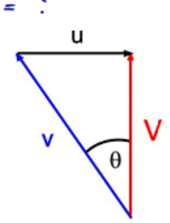
$$T\,|\vec{v}|\cos\theta = D$$

$$T = \frac{D}{v\cos\theta}$$

PERO $\cos\theta = \sqrt{1-\text{sen}^2\theta}$ ENTONCES

$$T = \frac{D}{v\sqrt{1-\left(\frac{u}{v}\right)^2}} = \frac{D}{\sqrt{v^2-u^2}}$$

$\theta = ?$



$$v = \sqrt{u^2+V^2}$$

$$V = \sqrt{v^2-u^2}$$

PERO $V = v\cos\theta$

$$\Rightarrow \qquad \cos\theta = \sqrt{1-\frac{u^2}{v^2}}$$

ANALOGAMENTE

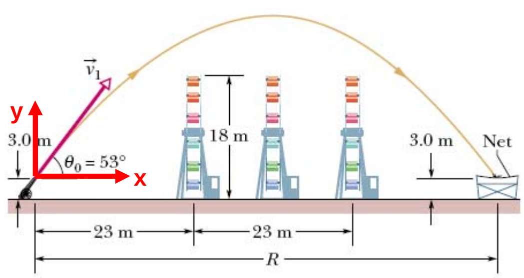
$$u = v\,\text{sen}\,\theta \quad \Rightarrow \quad \boxed{\text{sen}\,\theta = \frac{u}{v}}$$

Si $\theta = 45^\circ \Rightarrow \quad u = \frac{v}{\sqrt{2}} \approx 0.7\,v$

Movimiento en dos dimensiones

En 1922, uno de los Zacchinis, una famosa familia de circenses italianos, fue la primera “bala humana” disparada por un cañón. Para aumentar la espectacularidad del acto, la familia aumento gradualmente la distancia del vuelo, hasta que, en 1940, Emanuel Zacchini voló sobre tres ruedas de la fortuna, atravesando una distancia horizontal de 69 m.

¿Cómo pudo saber donde colocar la red y cómo pudo estar seguro que alcanzaría altura suficiente para no golpear las ruedas de la fortuna?



Condiciones iniciales

$$x_1 = y_1 = 0$$
$$v_1 = 26,5 \text{ m/s}$$
$$\theta_1 = 53°$$

Ecuaciones de movimiento

$$x = v_1 \cos\theta_1 \, t$$
$$y = v_1 \text{sen}\theta_1 \, t - \frac{1}{2} g t^2$$

¿Pasa por arriba de la primera rueda de la fortuna?

$$t_2 = \frac{x_2}{v_1 \cos\theta_1} \Rightarrow y_2 = v_1 \text{sen}\theta_1 \left(\frac{x_2}{v_1 \cos\theta_1}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x_2}{v_1 \cos\theta_1}\right)^2$$

Evaluando

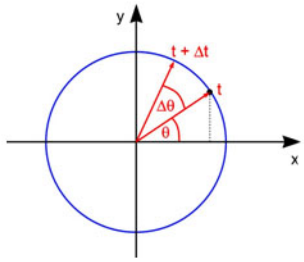
$$y_2 = (\tan 53°)(23 \text{ m}) - \frac{(9,8 \text{ m/s}^2)(23 \text{ m})^2}{2(26,5 \text{ m/s})^2 (\cos 53°)^2}$$
$$y_2 = 20,3 \text{ m}$$

Por lo tanto, el proyectil humano pasa 5,3 m por arriba de la primera rueda de la fortuna

¿A qué distancia deben colocar la red?

$$R = \frac{2 v_1^2 \text{sen}\theta_1 \cos\theta_1}{\text{g}}$$
$$R = \frac{2(26,5 \text{ m/s})^2 \text{sen}(53°)\cos(53°)}{9,8 \text{ m/s}^2} = 69 \text{ m}$$

MOVIMIENTO CIRCULAR



LA PARTÍCULA SE MUEVE SOBRE UNA CIRCUNFERENCIA

=> BASTA UN ÁNGULO PARA DESCRIBIR SU POSICIÓN

VELOCIDAD ANGULAR $= \omega \equiv \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

SI EL MOVIMIENTO ES CIRCULAR UNIFORME

$$\Rightarrow \quad \omega = cte = \frac{2\pi}{T}$$

DONDE T ES EL PERÍODO

UNIDADES

$$\omega = \left[\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\right] = \left[\frac{\text{radianes}}{s}\right] = \left[\frac{1}{s}\right]$$

$$T = [s]$$

$$f = \text{frecuencia} \equiv \frac{1}{T} = \left[\frac{1}{s}\right] \equiv [Hz]$$

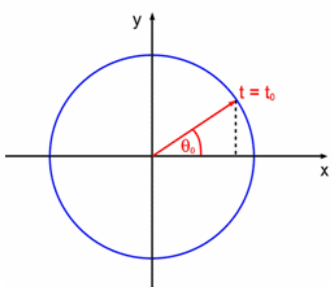
Hertz

ANALOGÍA CON EL MOVIMIENTO 1-DIM

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\theta(t) = \theta_0 + \omega(t - t_0)}$$

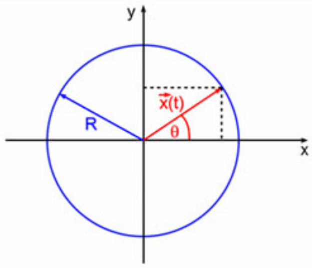
θ_0: POSICIÓN DE LA PARTÍCULA EN $t = t_0$



SI $t_0 = \theta_0 = 0$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\theta = \omega t}$$

DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO EN COORDENADAS CARTESIANAS

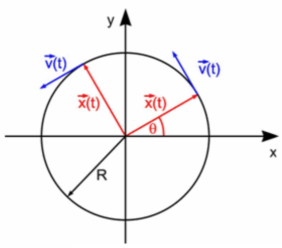


COORD. X : $x = R\cos\theta = R\cos\omega t$

COORD. Y : $y = R\,\text{sen}\,\theta = R\,\text{sen}\,\omega t$

$\therefore \quad \vec{x}(t) = R\,(\cos\omega t, \text{sen}\,\omega t)$

VELOCIDAD

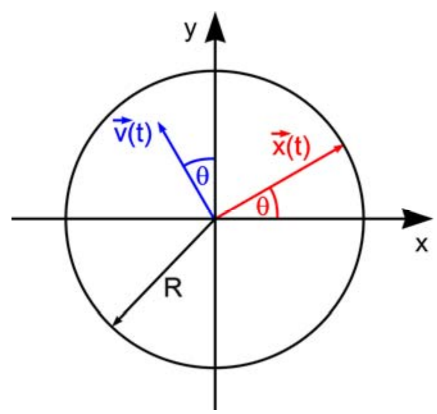


$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

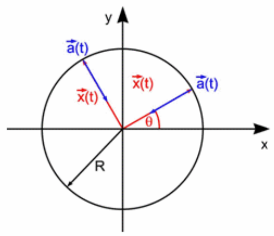
$\vec{v}(t) = R\omega\,(-\text{sen}\,\omega t, \cos\omega t)$ $\quad \vec{v}$ ES SIEMPRE TANGENTE A LA CIRCUNFERENCIA

$$\Rightarrow \quad |\vec{v}| = \sqrt{R^2\omega^2\,\text{sen}^2\,\omega t + R^2\omega^2\cos^2\omega t}$$

$$\boxed{|\vec{v}| = R\omega}$$



ACELERACIÓN



$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{a}(t) = -R\omega^2 (\cos\omega t, \operatorname{sen}\omega t)$$

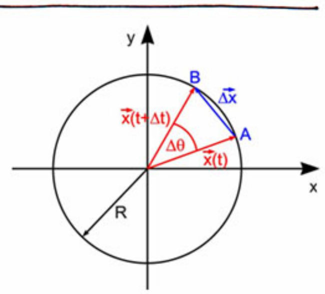
PERO $\vec{x}(t) = R(\cos\omega t, \operatorname{sen}\omega t)$ ENTONCES

$$\boxed{\vec{a}(t) = -\omega^2 \vec{x}(t)}$$

¡EXISTE ACELERACIÓN!

LA ACELERACIÓN CENTRÍPETA APUNTA SIEMPRE HACIA EL ORIGEN EN CADA PUNTO DE LA CIRCUNFERENCIA

ENFOQUE GEOMÉTRICO

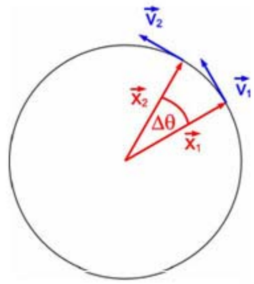


CUANDO $\Delta t \longrightarrow 0$

$$\overset{\frown}{AB} \longrightarrow \overline{AB}$$

ARCO $\qquad$ CUERDA

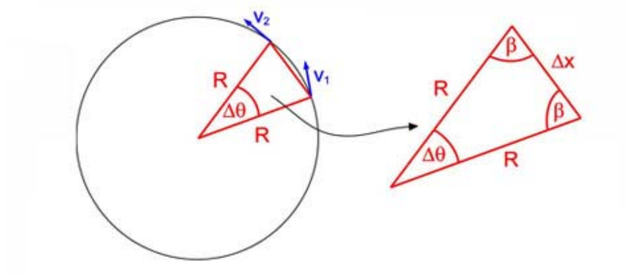
$$\Rightarrow \qquad |\Delta\vec{x}| = R\Delta\theta$$



MOV. CIRCULAR UNIFORME

$$\Rightarrow \quad |\vec{v}_2| = |\vec{v}_1| = v$$

$\vec{v}$ ES SIEMPRE $\perp$ A LA CIRCUNFERENCIA



Introducción a la Física FI10A-02
Andrés Meza
Semestre Otoño 2006

$$\vec{v} \perp \vec{x} \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \\ \beta + \gamma = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

SUMANDO AMBAS ECS.

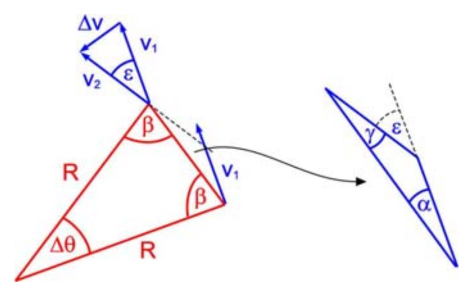
$$\alpha + \gamma + 2\beta = \pi \qquad (1)$$

POR OTRO LADO

$$\Delta\theta + 2\beta = \pi \qquad (2)$$

ADEMÁS

$$\alpha + \gamma = \varepsilon \qquad (3)$$



DE (1) SE TIENE

$$\alpha + \gamma = \pi - 2\beta$$

REEMPLAZANDO EN (3)

$$\pi - 2\beta = \varepsilon$$

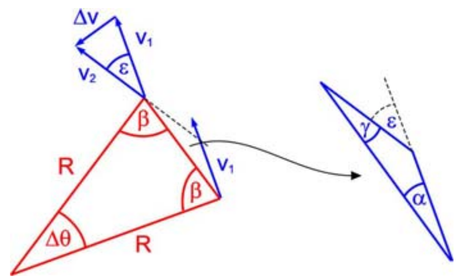
PERO DE (2)

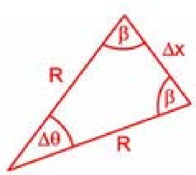
$$2\beta = \pi - \Delta\theta$$

ENTONCES

$$\pi - (\pi - \Delta\theta) = \varepsilon$$

$$\therefore \quad \varepsilon = \Delta\theta$$





USANDO TEO. DEL SENO

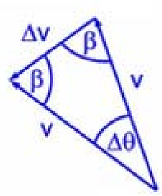
$$\frac{\Delta x}{\operatorname{sen} \Delta\theta} = \frac{R}{\operatorname{sen}\beta}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\operatorname{sen}\Delta\theta}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{\Delta x}{R}$$

ANALOGAMENTE

$$\frac{\Delta v}{\operatorname{sen}\varepsilon} = \frac{v}{\operatorname{sen}\beta}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\operatorname{sen}\Delta\theta}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{\Delta v}{v}$$



$$\therefore \quad \frac{\Delta x}{R} = \frac{\Delta v}{v}$$

PERO $\Delta x = R\Delta\theta$ ENTONCES

$$\frac{\cancel{R}\Delta\theta}{\cancel{R}} = \frac{\Delta v}{v}$$

$$\boxed{\Delta v = v\,\Delta\theta}$$

ACELERACIÓN MEDIA ESTÁ DADA POR

$$|\vec{a}| = \frac{\Delta v}{\Delta t} = v\,\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \omega v$$

ACELERACIÓN CENTRÍPETA $\quad |\vec{a}| = \omega|\vec{v}|$

Introducción a la Física FI10A-02
Andrés Meza
Semestre Otoño 2006

POR OTRO LADO $\Delta x = v\,\Delta t = R\,\Delta\theta$

$$\Rightarrow \qquad v = R\,\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = R\omega$$

ENTONCES

$$|\vec{a}| = R\omega^2 = \frac{v^2}{R}$$

SI NO EXISTIERA UNA ACELERACIÓN LA PARTÍCULA SEGUIRÍA POR LA TANGENTE A LA CIRCUNFERENCIA (PRINCIPIO DE INERCIA)

LA ACELERACIÓN LA "EMPUJA" HACIA EL CENTRO

$\Rightarrow$ EXISTE UNA FUERZA QUE MANTIENE A LA PARTÍCULA EN SU TRAYECTORIA CIRCULAR