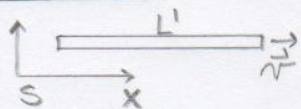


• PROBLEMA 1: Contracción del largo

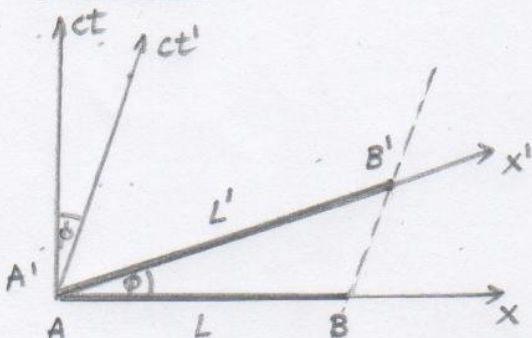


Una barra de largo propio  $L'$  (con respecto a su propio sistema de referencia  $S'$ ) se mueve con velocidad  $v$  con respecto a un sistema fijo  $S$ . La barra se mueve paralela al eje  $x$ .

Encuentre el largo  $L$  de la barra medido en el sistema  $S$ .

Solución:

Analíticamente:



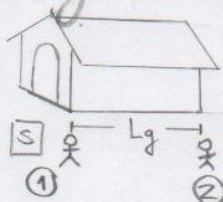
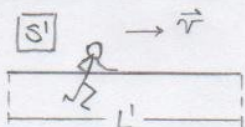
$$\begin{array}{lll} X_A' = 0 & X_A = 0 & \Delta X = X_B - X_A = L \\ X_B' = L' & X_B = L & \Delta X' = X_B' - X_A' = L' \end{array}$$

$$\Delta X' = X_B' - X_A' = \gamma (X_B - X_A - v \Delta t)$$

$\Delta t = 0$ : mide en forma simultánea en  $S$ .

$$\Rightarrow L' = \gamma L \Rightarrow \boxed{L = \frac{1}{\gamma} L'} \quad \text{con } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

• PROBLEMA 2: Paradoja de la garrocha y el granero.



Un atleta corre con una garrocha de largo propio  $L' = 20\text{ m}$ , con velocidad  $v = \frac{\sqrt{3}}{2} c$  hacia un granero de largo propio  $L_g = 10\text{ m}$ . La garrocha viaja paralela al movimiento del atleta.

Los observadores en  $S$  ven que la garrocha se acorta y es capaz de caber en el granero, por lo que instantáneamente cierran las puertas del granero encerrando al atleta por un instante y abriéndolas inmediatamente.

Sin embargo el atleta ve que el granero sufre una contracción, por lo que el nunca será capaz de estar dentro del granero completamente.

Como vemos, ambas versiones son contradictorias

⇒ Explique lo ocurrido desde el punto de vista del atleta y de los observadores. Utilice diagramas espacio tiempo y las transformaciones de Lorentz para argumentar.

Finalmente, solucione la paradoja.



### Solución:

- Usamos la Fórmula de contracción del Largo:

[S'] De acuerdo al atleta:

El atleta dice que el granero sufre una contracción, ya que, para él, el granero se acerca con velocidad  $-\frac{\sqrt{3}}{2}c$ . Sea  $L_g$  el largo del granero medido en el sistema  $S'$  del atleta

$$\Rightarrow L_g = \frac{1}{\gamma} L = \sqrt{1 - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{c}{c}\right)^2} L = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} L = \frac{1}{2} L = \frac{1}{2} \cdot 10m \Rightarrow \boxed{L_g = 5m}$$

$\therefore$  Para el atleta es imposible quedar atrapado dentro del granero, ni siquiera instantáneamente, ya que  $L' > L_g$ .

[S] De acuerdo a los granjeros

los observadores ven que el atleta se acerca con velocidad  $\frac{\sqrt{3}}{2}c$ , por lo que sufre una contracción. Sea  $L$  el largo de la garrocha en el sistema  $S$ .

$$\Rightarrow L = \frac{1}{\gamma} L' = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{c}{c}\right)^2} L' = \frac{1}{2} L' = \frac{1}{2} \cdot 20m \Rightarrow \boxed{L = 10m}$$

$\therefore$  Podrá quedar atrapado por un instante, ya que  $L = L_g$ .

- Usamos las Transformaciones de Lorentz

Llamemos A al cierre de la puerta ① y B al cierre de la puerta ②

$$T. \text{ LORENTZ: } \Delta X = \gamma (\Delta X' + v \Delta t') \quad (1)$$

$$\Delta t = \gamma \left( \Delta t' + \frac{v \Delta X'}{c^2} \right) \quad (2)$$

i)  $S'$  desea medir la longitud del granero  $\Rightarrow \Delta t' = 0$  en (1)  $\gamma \Delta X = L_g$ ;  $\Delta X' = L_g$   
 $\Rightarrow \Delta X = \gamma \Delta X' \Rightarrow L_g = \gamma L_g \Rightarrow L_g' = \frac{1}{\gamma} L_g = \frac{1}{2} L_g < L \rightarrow S'$  dice NO

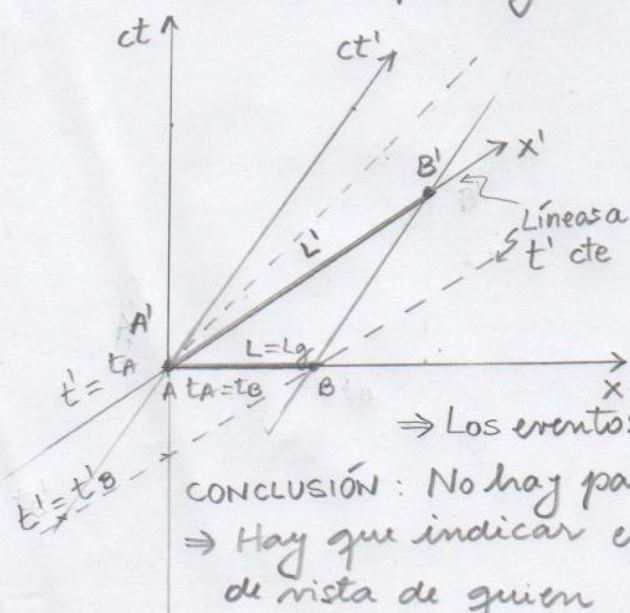
ii)  $S$  quiere medir la longitud de la garrocha  $\Rightarrow \Delta t = 0$  en (2)  $\gamma \Delta X = L$ ;  $\Delta X' = L'$   
 $\Rightarrow \Delta t' = -\frac{v \Delta X'}{c^2}$  } en (1)  $\Rightarrow \Delta X = \gamma \left( \Delta X' + \frac{v^2}{c^2} \Delta X' \right) = \gamma \Delta X' \left( 1 + \frac{v^2}{c^2} \right)$   
 $\Rightarrow \Delta X = \frac{1}{\gamma} \Delta X' \Rightarrow L = \frac{1}{\gamma} L' = \frac{1}{2} L' = L_g \rightarrow S$  dice SI

- Solución de la paradoja:

Eventos:

A: se cierra la puerta 1  
 B: se cierra la puerta 2

$t'_B < t'_A \Rightarrow$  El atleta ve que la puerta 2 se cierra primero en el momento en que la punta B' de su garrocha llega a ella, y luego se abre. El atleta sigue corriendo, cruza la puerta 2, y cuando el extremo A de su garrocha llega a la puerta 1, la que se cierra tras él y se abre.



$\Rightarrow$  Los eventos A y B no son simultáneos según  $S'$

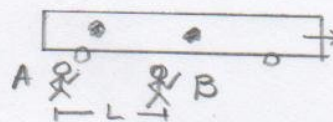
CONCLUSIÓN: No hay paradoja, carece de sentido

$\Rightarrow$  Hay que indicar el sistema, es decir, según el punto de vista de quien se está midiendo.



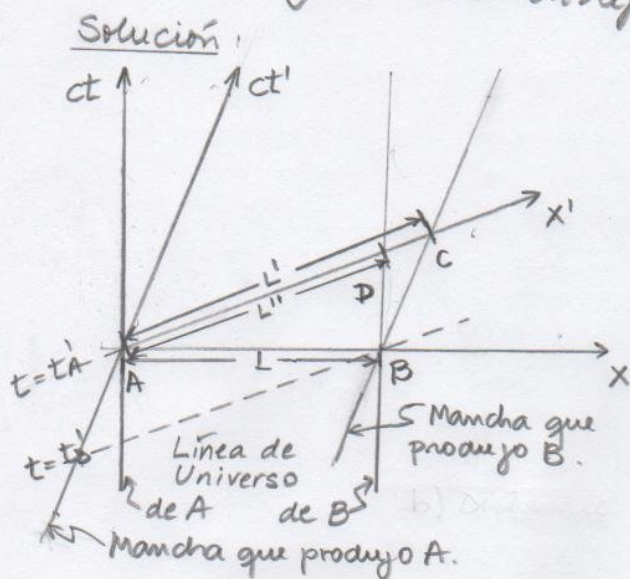
### PROBLEMA 3:

Un tren viaja con velocidad  $v = 0.6c$ . Dos "rufianes", separados a una distancia  $L = 5m$  en su sistema  $S$ , disparan en forma simultánea de acuerdo a sus relojes sincronizados, produciendo dos manchas en el tren, los que para ellos tienen una separación de  $L = 5m$ .



- Según los pasajeros del tren ¿Quién disparó primero?
- ¿Cuál es la distancia entre las dos manchas medida por los pasajeros del tren?
- ¿Cuál es la distancia entre los dos "rufianes" según los pasajeros?

OJO! los pasajeros están en reposo con respecto al tren (Sistema  $S'$ ).



Eventos A: A dispara  
B: B dispara

- $t_B' < t_A' \Rightarrow$  ven que B disparó primero

$$\Delta t' = t_B' - t_A' = \gamma \left( \Delta t - \frac{v}{c^2} \Delta x \right)$$

$\Delta t = 0$  (simultáneos en S)

$$\Rightarrow t_B' - t_A' = -\gamma \frac{v}{c} L < 0 \Rightarrow \boxed{t_B' < t_A'}$$

- Distancia entre manchas en  $S'$  es  $L'$

$$\Delta x' = x_B' - x_A' = \gamma (x_B - x_A - v \Delta t)$$

$$\Rightarrow \boxed{L' = \gamma L}$$

- Distancia entre "rufianes" en  $S'$  es  $L''$

$$\Delta x' = x_B' - x_A' = L''$$

$$\Delta t' = \gamma \left( \Delta t - \frac{v}{c^2} \Delta x \right) = 0 \text{ mido simultáneamente en } S'$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{v}{c^2} \Delta x = \frac{v}{c^2} (x_B - x_A) = \frac{v}{c^2} L$$

$$\Rightarrow \Delta x' = \gamma (\Delta x - v \Delta t)$$

$$= \gamma \left( L - \frac{v^2}{c^2} L \right) = \gamma L \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \Rightarrow \boxed{L'' = \frac{L}{\gamma}}$$

Recorden:  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$