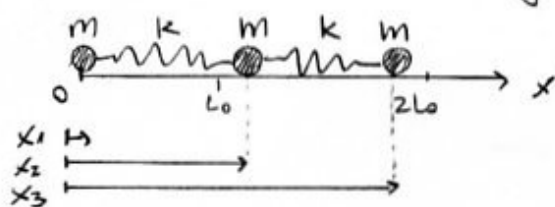


Cuando se tiene un sistema de partículas, la descripción del movimiento de cada partícula puede ser muy complejo. Sin embargo este comportamiento tan complejo se puede describir como la suma de comportamientos más simples, i.e., los modos normales.

La idea de los modos normales es que, para un modo normal todo el sistema oscila con una única frecuencia.

por ejemplo: para el siguiente problema



$x_1(t)$: va desde el origen a la 1ª masa
 $x_2(t)$: va desde el origen a la 2ª masa
 $x_3(t)$: va desde el origen a la 3ª masa.

Donde x_1, x_2, x_3 satisfacen las sgtes. ecuaciones de mov:

$$\ddot{x}_1 = \frac{k}{m}(-x_1 + x_2 - L_0)$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{k}{m}(x_1 - 2x_2 + x_3)$$

$$\ddot{x}_3 = \frac{k}{m}(-x_2 + x_3 + L_0)$$

Estas ecuaciones están acopladas (\ddot{x}_i depende de las demás variables) por lo que resolver "a secas" este problema es complicado.

Así que se recurre a los modos normales.

Introduciendo los siguientes cambios de variables:

$$\eta_0 = x_1 + x_2 + x_3 \quad \eta_1 = x_1 - x_3 - 2L_0 \quad \eta_2 = x_1 - 2x_2 + x_3$$

se puede ver que satisfacen las siguientes ecuaciones.

$$\ddot{\eta}_0 = 0 \quad \ddot{\eta}_1 + \frac{k}{m}\eta_1 = 0 \quad \ddot{\eta}_2 + \frac{3k}{m}\eta_2 = 0$$

pero que significa esto??

veamos que estas son ecuaciones de oscilador armónico!

cada una con su frecuencia ($\omega_0=1$; $\omega_1=\sqrt{k/m}$; $\omega_2=\sqrt{3}\omega_1$)

entonces cuando el sistema, por ej., se comporta como $\eta_0 = x_1 + x_2 + x_3$; el sist. oscila con frecuencia cero (no oscila), es decir x_1, x_2 y x_3 se mueven en bloque



si el sistema se comporta como $\eta_2 = x_1 - x_3 - 2x_2$; el sistema completo oscila con frecuencia $\omega_1 = \sqrt{k/m}$; si $x_2(t) = 0$ y $x_1(t) = -x_3(t)$ describe bien este comportamiento.



si x_2 está fijo x_1 y x_3 están oscilando con frec. $\sqrt{k/m}$

si el sistema se comporta como $\eta_2 = x_1 - 2x_2 + x_3$ el sistema completo oscila con frecuencia $\sqrt{3k/m}$; si x_1 y x_3 oscilan en el mismo sentido mientras que x_2 hace lo contrario, estaría describiendo el movimiento



Al avanzar x_2 hacia alguna otra masa, esta también se mueve hacia donde está x_2 así que la frecuencia es mayor $\omega_2 = \sqrt{3k/m}$

Entonces el mov. de x_1, x_2 y x_3 se describe como una combinación lineal de los modos normales.

$$x_1(t) = l_0 + \frac{1}{6}(2\eta_0 + 3\eta_1 + \eta_2)$$

$$x_2(t) = \frac{1}{3}(\eta_0 - \eta_2)$$

$$x_3(t) = \frac{1}{6}(2\eta_0 - 3\eta_1 + \eta_2) - l_0$$