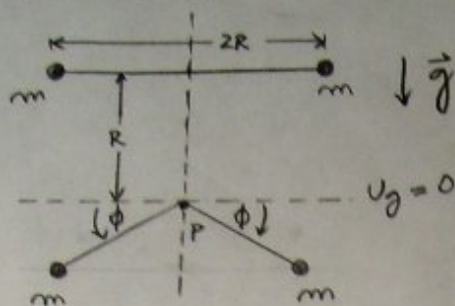


PROBLEMA 3



2 partículas de masa m unidas por una cuerda ideal de largo $2R$. Se sueltan con la cuerda estirada y sin tensión

a una distancia R por debajo de la cuerda hay un clavo en P

El clavo puede soportar una fuerza máxima $F_{\max} = \frac{7}{2}mg$

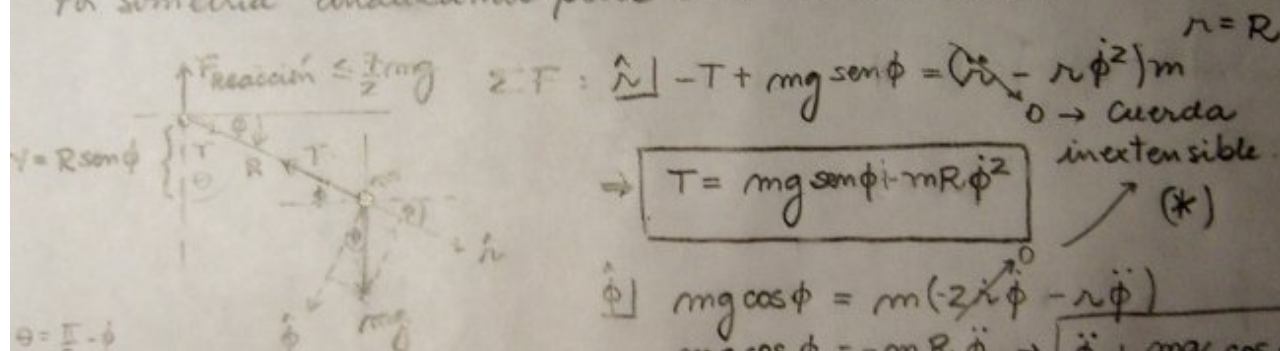
→ ϕ cuando se rompe el clavo?

Solución:

Hasta antes de chocar con el clavo las masas se mueven en caída libre. Además el sistema es conservativo.

Caída libre: $\vec{v}(t) = \sqrt{2gY} \Rightarrow$ al chocar con P : $v = \sqrt{2gR}$

Después de chocar equivalen a dos péndulos simples de largo R . Por simetría analizamos para una de las masas.



$$\sum F: \hat{n} \cdot (-T + mg \sin \phi) = \left(\frac{v^2}{r} - r \dot{\phi}^2 \right) m$$

$r = R$
0 → cuerda inextensible.

$$\Rightarrow T = mg \sin \phi + mR \dot{\phi}^2 \quad (*)$$

$$\hat{\phi} \downarrow mg \cos \phi = m(-2\dot{\phi} - R\ddot{\phi})$$

$$mg \cos \phi = -mR \ddot{\phi} \Rightarrow \ddot{\phi} + \frac{mg}{R} \cos \phi = 0$$

Ecuación de movimiento análoga a la del péndulo (anterior)

Energía? (1 partícula)

$$U_g = mgY$$

$$E = K + U_g$$

$$= \frac{1}{2} m R^2 \dot{\phi}^2 - mgR \sin \phi$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (R \dot{\phi})^2$$

Energía inicial? (al principio de la caída) $v=0$

$$\Rightarrow E_{\text{inicial}} = mgR \quad (1 \text{ partícula}) \quad Y=R$$

(al chocar) $v = \sqrt{2gR} \quad Y=0 \Rightarrow E = \frac{1}{2} m v^2 = mgR$

Conservación de energía:

$$\frac{1}{2} m R^2 \dot{\phi}^2 - mgR \sin \phi = mgR$$

$$R \dot{\phi}^2 = 2g(1 + \sin \phi)$$

Da igual que momento tome como inicial

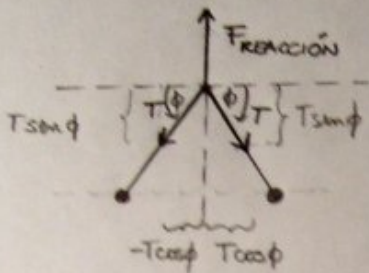
Reemplazamos en la ecuación (*)

$$T = mg \sin \phi + mR\dot{\phi}^2$$

$$\rightarrow T = mg \sin \phi + m \cdot 2g(1 + \sin \phi)$$

$$\boxed{T = mg(2 + 3\sin \phi)}$$

Tensión producida por una masa



$$\Sigma F_x = 0 \quad (\text{simetría})$$

$$\Sigma F_y = F_R - 2T \sin \phi = 0 \quad \left(\begin{array}{l} \text{¿Por qué cero?} \\ \rightarrow \text{el clavo no se} \\ \text{mueve} \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow F_R = 2T \sin \phi$$

$$= 2mg(2 + 3\sin \phi) \sin \phi$$

$$F_R \leq \frac{7}{2}mg \rightarrow 2mg(2 + 3\sin \phi) \sin \phi \leq \frac{7}{2}mg$$

$$2\sin \phi + 3\sin^2 \phi \leq \frac{7}{4}$$

Para ϕ máximo se cumple la igualdad (ie, alcanza el valor que rompe el clavo).

Sea $\eta = \sin \phi$

$$\Rightarrow 3\eta^2 + 2\eta - \frac{7}{4} = 0$$

$$\eta = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 21}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{-2 \pm 5}{6}$$

$$\rightarrow \eta_1 = \frac{-7}{6} \quad \text{Descartado}$$

$$\eta_2 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \checkmark \rightarrow \sin \phi = \frac{1}{2} \rightarrow \phi = \arcsen \frac{1}{2}$$

$$\phi = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$$

$$\therefore \boxed{\phi_{\max} = 30^\circ}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

$$\phi \in [0, \pi/2]$$

$$\Rightarrow \sin \phi \in [0, 1]$$