

Control 1

Prof. Álvaro S. Núñez

Prof. Aux. Patricio Cubillos

Prof. Aux. Valeska Valdivia

5 de enero de 2007

EJERCICIO 1: CÁLCULO ALGUNAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

En este problema se le pide evaluar las funciones trigonométricas de 15° . Muestre que

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}} \quad (1)$$

$$\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}. \quad (2)$$

Ahora, sin usar calculadora, evalúe numéricamente estas expresiones. Para ello puede utilizar las relaciones vistas en clase:

$$\frac{1}{1+x} \approx 1-x, \quad (3)$$

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}, \quad (4)$$

$$(5)$$

además de la trigonométricas, válidas cuando x es un número pequeño. Ahora calcule $\sin 16^\circ$ aproximadamente.

EJERCICIO 2: MOVIMIENTO PLANETARIO

Calcule la desviación, en metros, de la trayectoria de los planetas Venus, Tierra y Jupiter, en su “caída” hacia el sol durante 1 segundo. Verifique que dichas desviaciones satisfacen la ley de los recíprocos de los cuadrados. Utilice los siguientes datos astronómicos y asuma que las trayectorias de los planetas son casi circulares.

	Periodo	Distancia al Sol
Venus	0.62 años	0.723 UA
Tierra	1 año	1 UA
Jupiter	11.86 años	5.203 UA

Note que la distancia tierra-sol (unidad astronómica UA) puede ser estimada por ud. recordando que la luz solar demora 8 minutos en llegar a la tierra.

EJERCICIO 3: TASAS DE CAMBIO

Si una piscina de forma rectangular y área basal $A \text{ m}^2$ se llena de agua con una manguera que entrega $Q \text{ m}^3/\text{s}$ de agua, la rapidez con que sube la superficie de agua es $Q/A \text{ m/s}$. Del mismo modo, podemos estimar como sube la superficie de agua si la piscina es cilíndrica de fondo de circular de radio R , como se indica en la figura. . Verifique que el el volumen

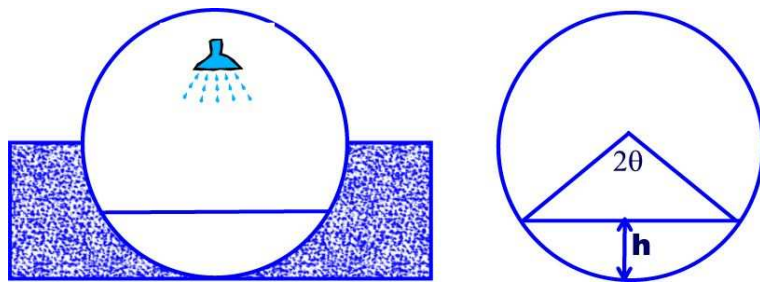


Figura 1: Panel derecho: Agua entra en la piscina de modo que el nivel de agua cambia con el tiempo. Panel izquierdo: Variables de interés en el problema.

de agua ocupado es, cuando la abertura angular desde el centro del círculo es 2θ :

$$A(\theta) = R^2 \left(\theta^2 - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right). \quad (6)$$

Ahora demuestre que:

$$\cos \theta = 1 - \frac{h}{R}. \quad (7)$$

Evalúe la tasa de cambio de θ y use su resultado para evaluar la tasa de cambio de h cuando la piscina está casi vacía.