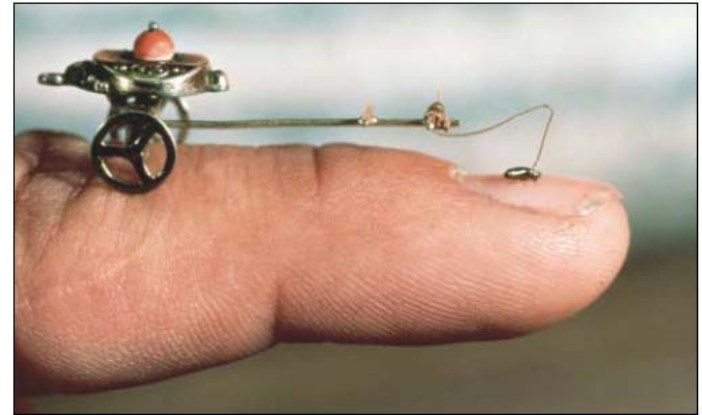


Dinámica

En 1997, María Fernanda Cardoso, una artista colombiana, creó un circo de pulgas entrenadas. Cardoso amarró un alambre delgado a Brutus, “la pulga más fuerte sobre la Tierra”, y la entrenó para que tirara un carrito. Luego, ella usó sonido y dióxido de carbono para conseguir que Brutus saltara. Videos muestran que cuando Brutus saltaba, el carrito se movía una distancia de 1 centímetro aprox. Está es una distancia asombrosa porque la masa del carrito era 160.000 veces mayor que la de la pulga.



¿Cómo es posible que una pulga tire un carro que tiene más de 160.000 veces su masa?



El secreto de la pulga es que ella puede lanzarse a si misma a una gran velocidad. Supongamos que Brutus, cuya masa es de aprox. 2×10^{-3} g, empieza un salto de 30 cm que la lleva hacia arriba y adelante al mismo tiempo. Usando las ecuaciones de cinemática, podemos estimar su velocidad inicial.

$$h = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2$$

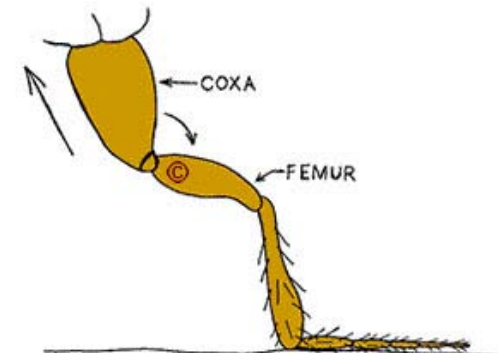
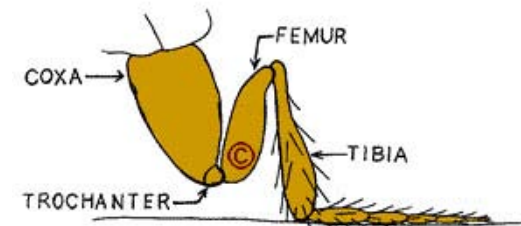
$$v_y = 0 = v_0 \sin \theta - g t \Rightarrow t = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$$

entonces

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} \Rightarrow v_0^2 \approx 2hg = 2 \times 0.3 \text{ m} \times 10 \text{ m/s}^2 = 6 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$\therefore v_0 = 2,5 \text{ m/s}$$

Por lo tanto, el tiempo de vuelo es $t \approx \frac{v_0}{g} \approx 0,25 \text{ s}$



Impulso durante el salto = $\Delta p = m\Delta v = 2 \times 10^{-6} \text{ kg} \times 2,5 \text{ m/s} = 5 \times 10^{-6} \text{ Ns}$

Duración del salto $\approx \frac{d}{v_0} = \frac{2 \times 10^{-3} \text{ m}}{2,5 \text{ m/s}} \approx 10^{-3} \text{ s}$

Fuerza promedio ejercida durante el salto $\approx \frac{\Delta p}{\Delta t} \approx \frac{5 \times 10^{-6} \text{ Ns}}{10^{-3} \text{ s}} = 5 \times 10^{-3} \text{ N}$

La aceleración impartida al carro de 32 g es

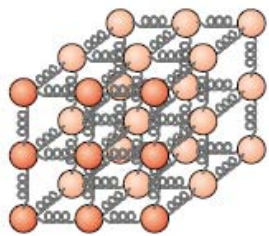
$$F_{prom} = M_{carro} a \Rightarrow a = \frac{F_{prom}}{M_{carro}} = \frac{5 \times 10^{-3} \text{ N}}{32 \times 10^{-3} \text{ kg}} \approx \frac{1}{6} \text{ m/s}^2 \approx 0,2 \text{ m/s}^2$$

En el tiempo que dura el vuelo de la pulga, el carro se desplaza una distancia

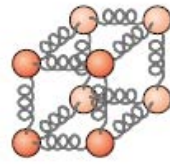
$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \times 0,2 \text{ m/s}^2 \times (0,25 \text{ s})^2 \approx 0,006 \text{ m} \approx 0,6 \text{ cm}$$

Fuerzas de contacto

Modelo simple para los sólidos = esferas (átomos) unidas por resortes que representan los enlaces atómicos

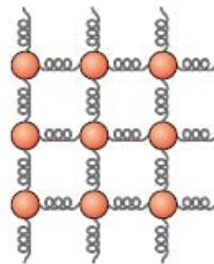


(a)



(b)

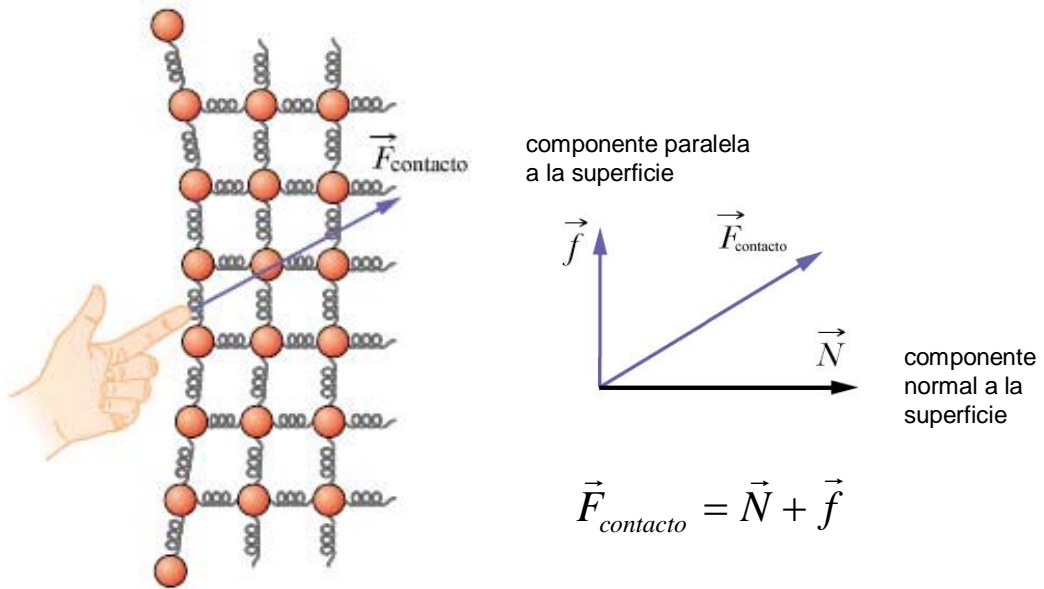
$$L \approx 10^{-10} \text{ m}$$



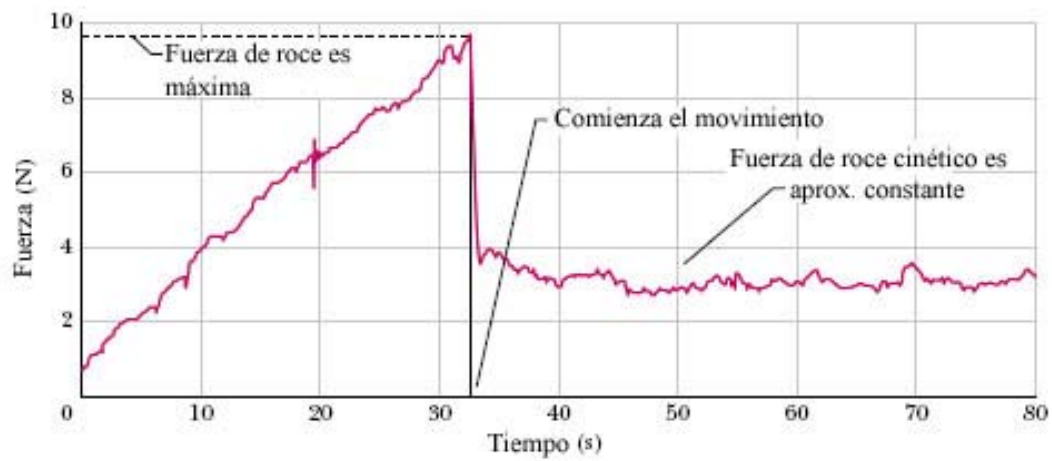
(c)



Por la Tercera Ley de Newton, al aplicar una fuerza sobre un sólido éste ejerce una fuerza de la misma magnitud en dirección opuesta.



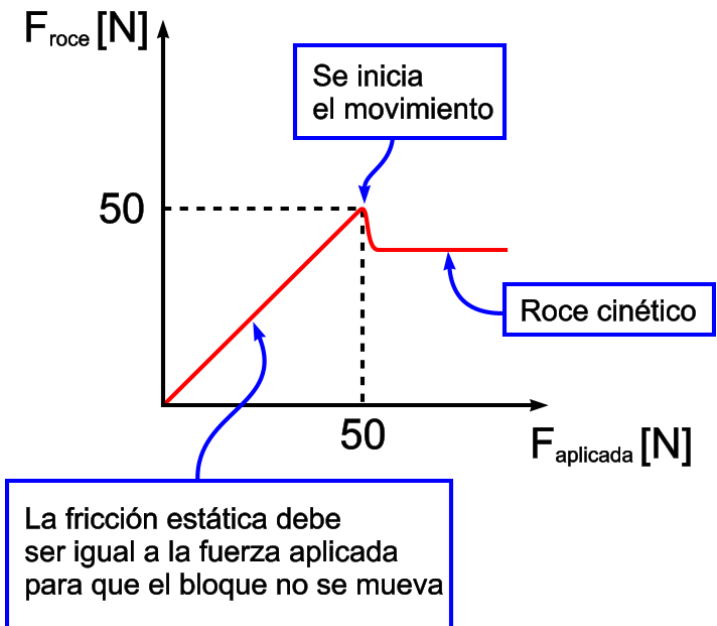
Fuerza de roce



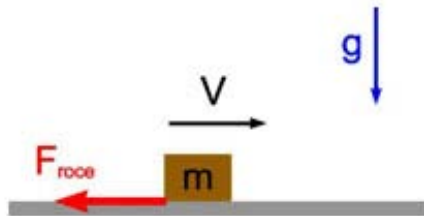
FUERZAS DE ROCE

EVIDENCIA EXPERIMENTAL

- (1) LA FUERZA DE ROCE ES INDEPENDIENTE DEL TAMAÑO DE LAS SUPERFICIES EN CONTACTO.
- (2) LA FUERZA DE ROCE ES PROPORCIONAL A LA FUERZA NORMAL (PERPENDICULAR) A LAS SUPERFICIES EN CONTACTO.
- (3) LA FUERZA REQUERIDA PARA MOVER UN OBJETO EN REPOSO ES GENERALMENTE MAYOR QUE LA FUERZA NECESARIA PARA MANTENERLO EN MOVIMIENTO CON VELOCIDAD CONSTANTE.



ROCE CINEMÁTICO O DINÁMICO



$$F_{roce} = \mu_k N$$

LEY EMPÍRICA QUE
RELACIONA EL MÓDULO
DE LA FUERZA DE ROCE
CON EL VALOR DE LA
NORMAL

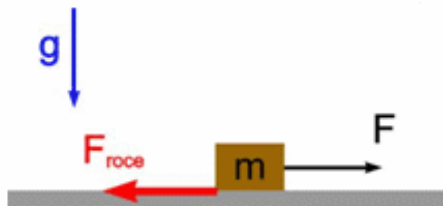
μ_k = COEFICIENTE DE ROCE CINEMÁTICO

μ_k DEPENDE DEL TIPO DE SUPERFICIES
EN CONTACTO PERO NO DEPENDE
DEL ÁREA DE CONTACTO

\vec{F}_{roce} ES PARALELA A LA SUPERFICIE
DE CONTACTO Y APUNTA EN LA
DIRECCIÓN OPUESTA AL MOVIMIENTO
RELATIVO DE LOS CUERPOS

μ_k ES INDEPENDIENTE DE LA VELOCIDAD
RELATIVA DE LAS SUPERFICIES

ROCE ESTÁTICO



SE APLICA UNA FUERZA F
PARALELA A LA SUPERFICIE
DE CONTACTO TAL QUE
EL BLOQUE PERMANECE
INMÓVIL

$$F_{roce} \leq \mu_s N$$

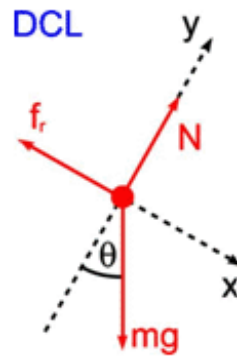
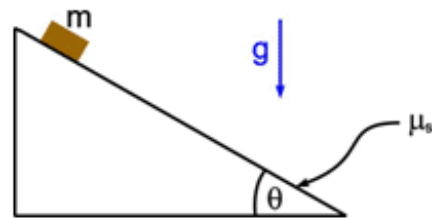
μ_s = COEFICIENTE DE ROCE ESTÁTICO

$$F_{roce \text{ estático}}^{\text{máxima}} = \mu_s N$$

\Rightarrow EL BLOQUE COMIENZA A MOVERSE

¿CÓMO MEDIR μ_s Y μ_k ?

CASO ESTÁTICO μ_s



Eje x : $mg \sin \theta - f_r = 0$

Eje y : $N - mg \cos \theta = 0$

$\Rightarrow f_r = mg \sin \theta$

$N = mg \cos \theta \Rightarrow mg = \frac{N}{\cos \theta}$

POR LO TANTO $f_r = N \tan \theta$

EXISTE UN VALOR CRÍTICO DEL ÁNGULO θ
PARA EL CUAL EL BLOQUE COMIENZA
A DESLIZAR, PARA DICHO VALOR SE
TIENE

$$f_r = \mu_s N = \tan \theta_c N$$

$$\mu_s = \tan \theta_c$$

CASO DINÁMICO μ_k

EXISTE UN ÁNGULO θ_D TAL QUE EL BLOQUE
SE MUEVE CON VELOCIDAD CONSTANTE

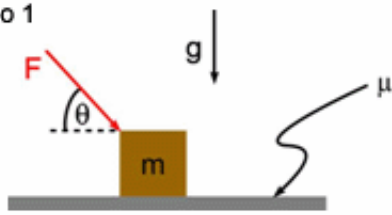
$$\Rightarrow f_r = \mu_k N = \tan \theta_D N$$

$$\mu_k = \tan \theta_D$$

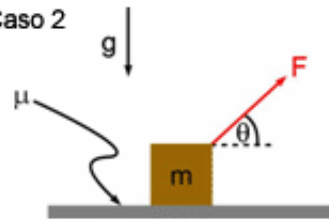
EN GENERAL, $\theta_D < \theta_c \Rightarrow \mu_s > \mu_k$

EJEMPLO

Caso 1



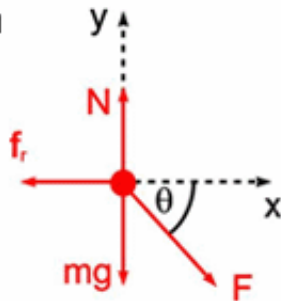
Caso 2



¿QUÉ ES MEJOR: EMPUJAR O TIRAR EL BLOQUE?

SOL:

Caso 1

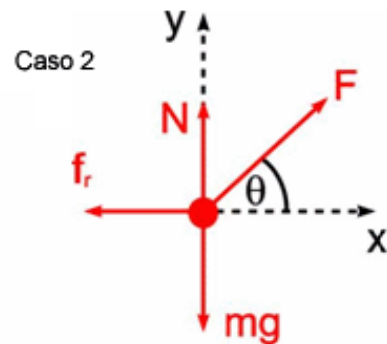


Eje y:

$$N - mg - F \sin \theta = 0$$

$$N = mg + F \sin \theta$$

$$\Rightarrow f_r = \mu N = \mu (mg + F \sin \theta)$$



Eje y :

$$N - mg + F \sin \theta = 0$$

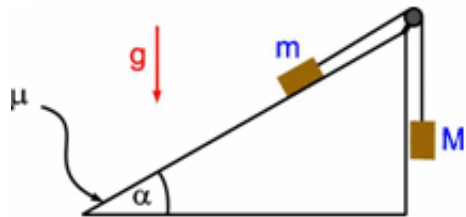
$$N = mg - F \sin \theta$$

$$\Rightarrow f_r = \mu N = \mu (mg - F \sin \theta)$$

LA FUERZA DE ROCE EN EL CASO 2 ES
MENOR QUE EN EL CASO 1

∴ ES MEJOR TIRAR EL BLOQUE

PROBLEMA

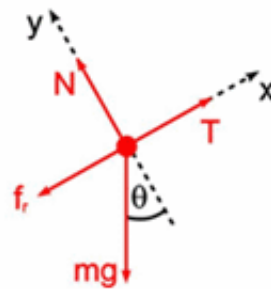
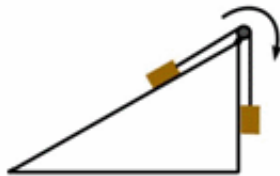


i) $a = ?$

ii) VALOR MÍNIMO Y MÁXIMO
DE M PARA QUE EL
SISTEMA ESTE QUIETO

SOL

CASO 1



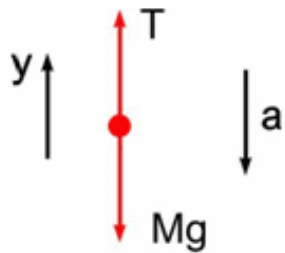
Eje x : $T - f_r - mg \sin \theta = ma$

Eje y : $N - mg \cos \theta = 0 \Rightarrow N = mg \cos \theta$

ENTONCES

$$T - \mu mg \cos \theta - mg \sin \theta = ma$$

POR OTRO LADO



$$T - Mg = -Ma$$

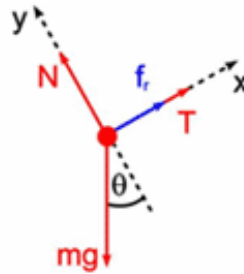
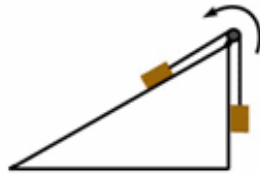
$$\Rightarrow T = M(g - a)$$

ENTONCES

$$M(g - a) - \mu mg \cos \theta - mg \sin \theta = ma$$

$$a = \frac{Mg - mg(\mu \cos \theta + \sin \theta)}{m + M}$$

CASO 2



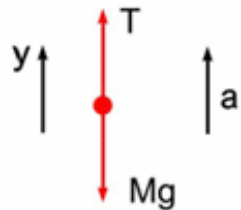
$$\text{Eje } x : \quad T + f_r - mg \sen \theta = -ma$$

$$\text{Eje } y : \quad N - mg \cos \theta = 0$$

ENTONCES

$$T + \mu mg \cos \theta - mg \sen \theta = -ma$$

PARA LA MASA M



$$T - Mg = Ma$$

$$\Rightarrow T = M(g+a)$$

ENTONCES

$$M(g+a) + \mu mg \cos \theta - mg \sin \theta = -ma$$

$$a = \frac{mg(\sin \theta - \mu \cos \theta) - Mg}{m+M}$$

ii)

VALOR MÍNIMO DE m : EN ESTE CASO $\mu = \mu_s$
Y LA MASA m ESTÁ A PUNTO DE MOVERSE
HACIA ARRIBA $\Rightarrow a = 0$ EN EL CASO I

ENTONCES

$$a = 0 = \cancel{Mg} - \cancel{mg}(\mu_s \cos \theta + \sin \theta)$$

$$m = \frac{M}{\mu_s \cos \theta + \sin \theta}$$

VALOR
MÍNIMO

VALOR MÁXIMO DE m :

LA MASA m ESTÁ A PUNTO DE MOVERSE
HACIA ABAJO $\Rightarrow a = 0$ EN EL CASO 2

$$0 = m g (\sin \theta - \mu_s \cos \theta) - M g$$

$$m = \frac{M}{\sin \theta - \mu_s \cos \theta}$$

VALOR
MÁXIMO

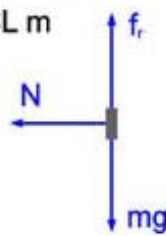
EJEMPLO



¿Cuál es la mínima velocidad de rotación que puede tener el tambor para que la persona no caiga?



DCL m



2ª LEY DE NEWTON

$$x) -N = -m a_c$$

$$y) f_r - mg = 0$$

$$\text{DONDE } a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{(R\omega)^2}{R} = R\omega^2$$

VALOR CRÍTICO ESTÁ DADO POR $f_r = \mu_s N$

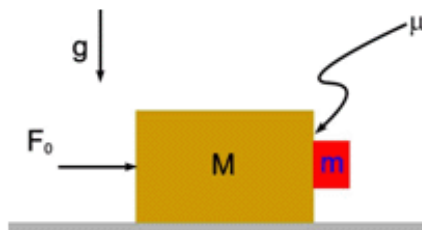
ENTONCES

$$f_r = \mu_s N = mg$$

$$\mu_s \frac{mv^2}{R} = mg \Rightarrow$$

$$v_{\text{Mínimo}} = \sqrt{\frac{gR}{\mu_s}}$$

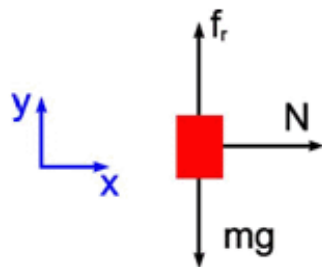
PROBLEMA



CALCULA F_0 MÍNIMO PARA
QUE m NO RESBALE

SOL.

DEL m

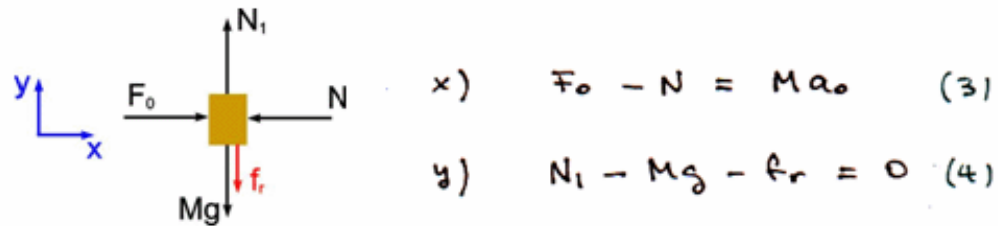


$$x) \quad N = m a_0 \quad (1)$$

$$y) \quad f_r - mg = 0 \quad (2)$$

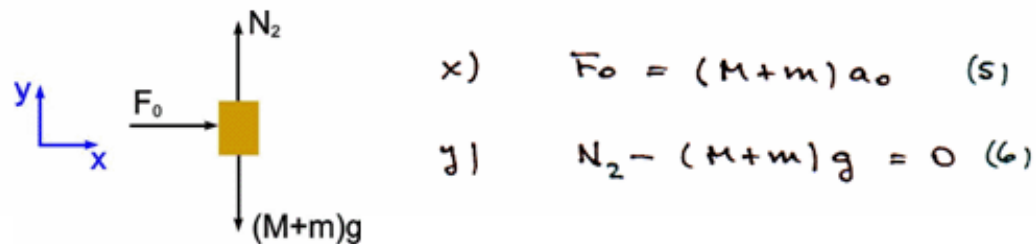
↑
EL BLOQUE
NO ESTÁ
RESBALANDO

DCL M



COMO M NO RESBALA PODEMOS HACER UN
DCL DEL CUERPO (M+m) PORQUE AMBOS
BLOQUES TIENEN LA MISMA ACELERACIÓN

DCL m+M



ROCE ESTÁTICO $\Rightarrow f_r \leq \mu_s N$

CASO CRÍTICO : $f_r = \mu_s N$

ENTONCES, DE (5) $a_o = \frac{\overline{F}_o}{M+m}$

REEMPLAZANDO EN (3)

$$\overline{F}_o - N = \frac{M}{m+M} \overline{F}_o$$

$$N = \frac{M}{m+M} \cdot \overline{F}_o$$

DE (2) SE TIENE

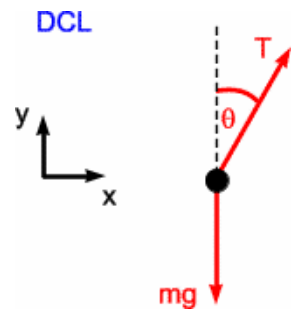
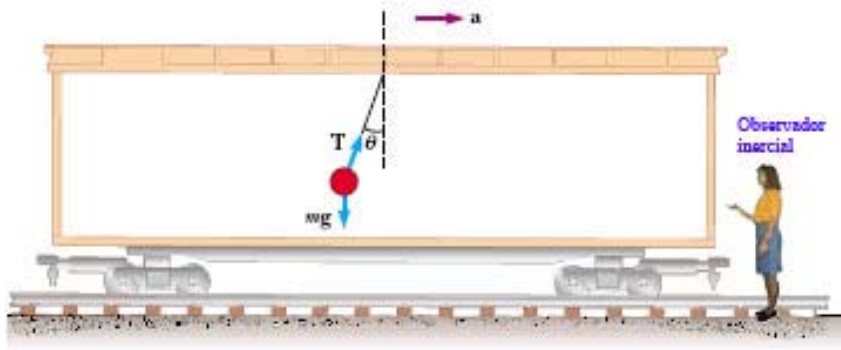
$$f_r = mg = \mu_s N$$

ENTONCES

$$mg = \frac{m}{m+M} \mu_s \overline{F}_o$$

$$\boxed{\overline{F}_o = \frac{(m+M)g}{\mu_s}} \quad \text{VALOR MÍNIMO}$$

Movimiento en sistemas de referencia acelerados: Fuerzas ficticias

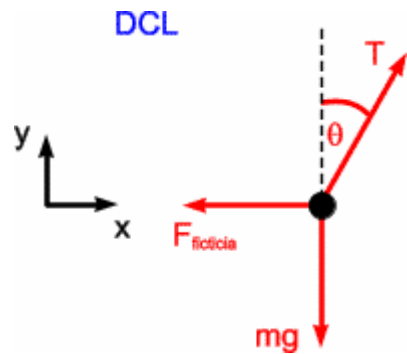
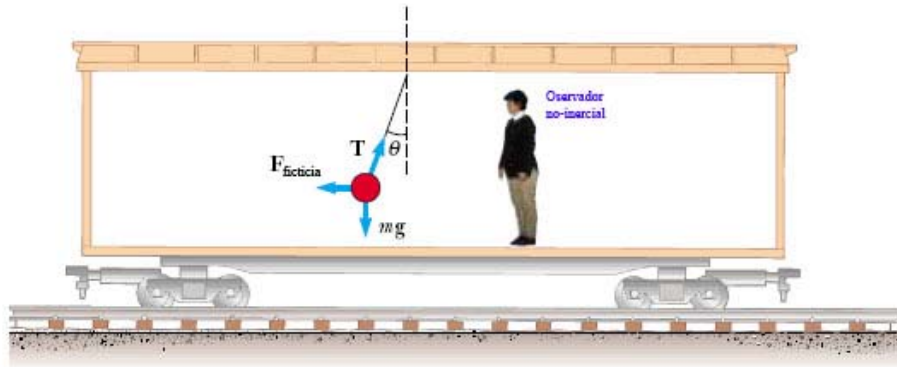


Segunda ley de Newton

$$\hat{x}) \quad T \sin \theta = ma$$

$$\hat{y}) \quad T \cos \theta - mg = 0$$

¿Qué pasa si ahora el observador va arriba del tren que acelera?

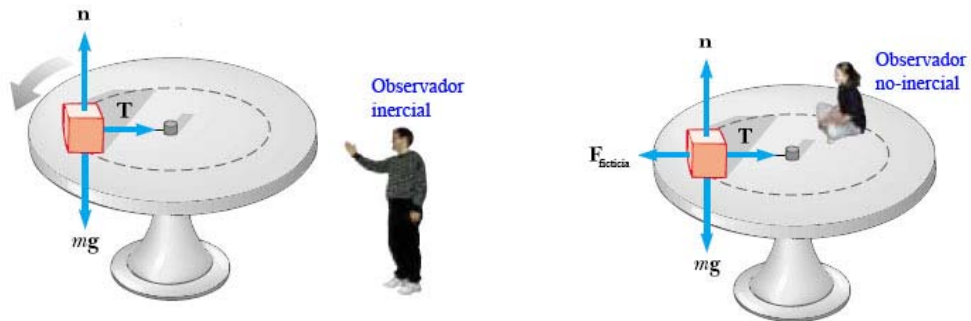


Para el observador en el tren, no existe una fuerza neta sobre m . Por lo tanto, para mantener la validez de la Segunda Ley de Newton, el observador tiene que introducir una fuerza ficticia para equilibrar la componente en la dirección x de la tensión

$$\hat{x}) \quad T \sin \theta - F_{ficticia} = 0$$

$$\hat{y}) \quad T \cos \theta - mg = 0$$

Observador en movimiento circular



Fuerza de Coriolis

