

## Cinemática = Descripción del movimiento

En 1993, Dave Munday, un mecánico de profesión, se lanzó por segunda vez desde el borde canadiense de las cataratas del Niágara, cayendo libremente 48 m sobre el agua y las rocas. Munday sobrevivió una vez más debido a sus amplios conocimientos de física e ingeniería.



¿Si su caída fue vertical, como pudo predecir la velocidad con la cual el barril chocaría con el agua?



## CINEMÁTICA EN UNA DIMENSIÓN

DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO EN  
UNA LINEA RECTA DE UNA PARTÍCULA

EJ. CAÍDA DE UNA PIEDRA  
MOVIMIENTO DE UN AUTO

PARTÍCULA ES UN OBJETO PUNTUAL  
(SIN DIMENSIONES), PERO CON MASA

EJ. MOVIMIENTO DE LA TIERRA EN  
TORNO AL SOL

dirección negativa ← → dirección positiva



COORDENADA INDICA LA POSICIÓN  
DE LA PARTÍCULA EN UN INSTANTE  
DE TIEMPO DADO

¡Elección del sistema de  
referencia (coordenadas)  
es arbitrario!!

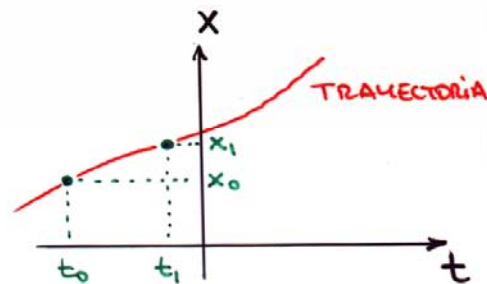


LA TRAYECTORIA DE UNA PARTÍCULA  
ES ESPECIFICADA POR LA FUNCIÓN  $x(t)$

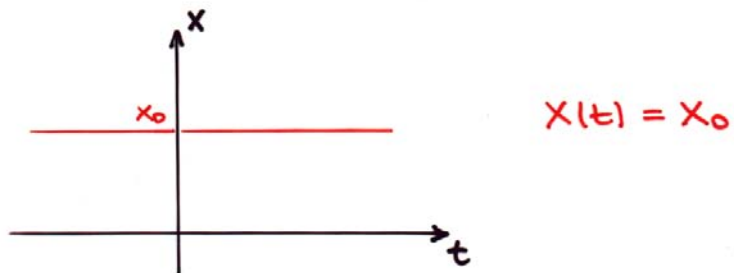
DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO

- ECUACIONES
- GRÁFICOS Y TABLAS DE VALORES

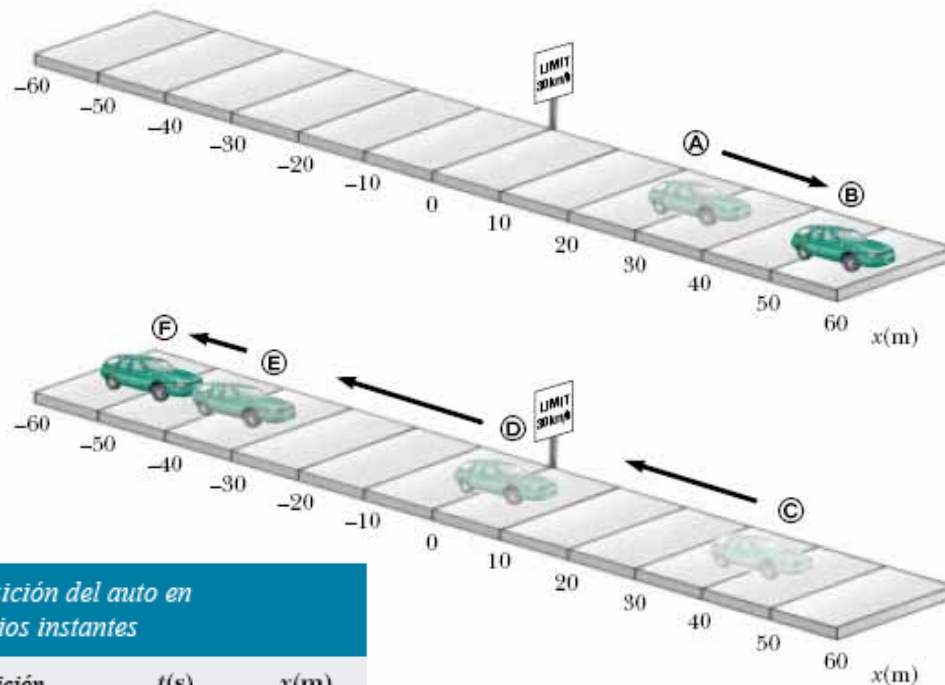
TIEMPO	POSICIÓN
$t_0$	$x_0$
$t_1$	$x_1$
$t_2$	$x_2$
$\vdots$	$\vdots$



EJEMPLO. NO HAY MOVIMIENTO

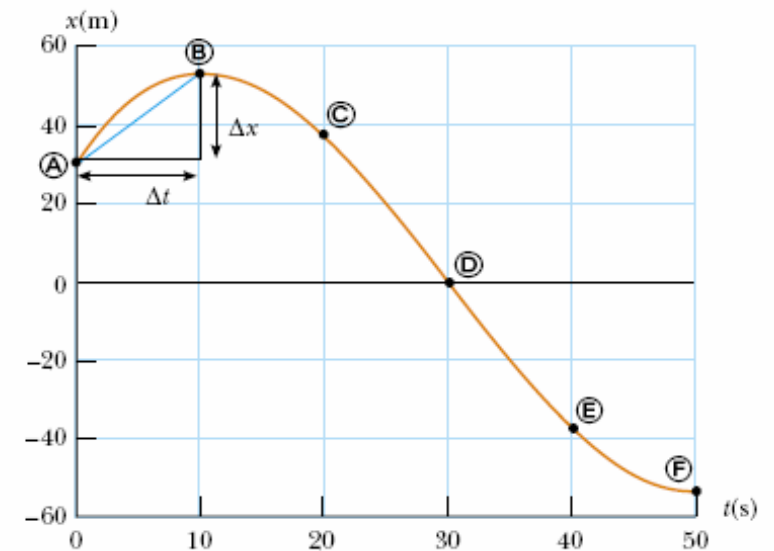


## Ejemplo: Movimiento de un auto en 1D

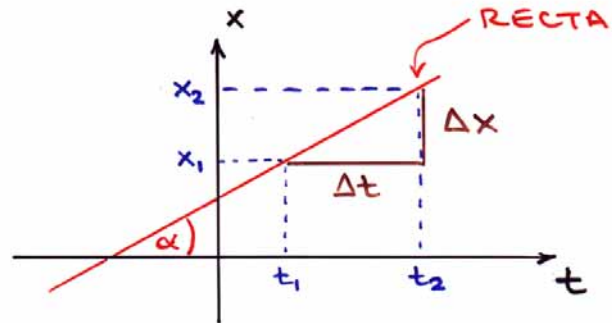


Posición del auto en  
varios instantes

Posición	$t(s)$	$x(m)$
(A)	0	30
(B)	10	52
(C)	20	38
(D)	30	0
(E)	40	-37
(F)	50	-53



### VELOCIDAD CONSTANTE



VELOCIDAD ES EL CUOCIENTE ENTRE EL CAMBIO DE POSICIÓN DE LA PARTÍCULA Y EL TIEMPO QUE TRANSCURRIÓ DURANTE DICHO DESPLAZAMIENTO

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

EN ESTE CASO,  $v$  ES LA PENDIENTE DE LA RECTA

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan \alpha$$

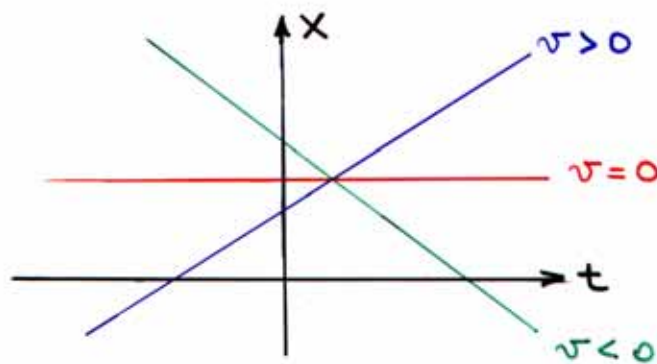
## ECUACIÓN DE MOVIMIENTO

Si EN  $t=0$  LA PARTÍCULA ESTÁ  
EN LA POSICIÓN  $x_0$

$$v = \frac{x - x_0}{t - 0}$$

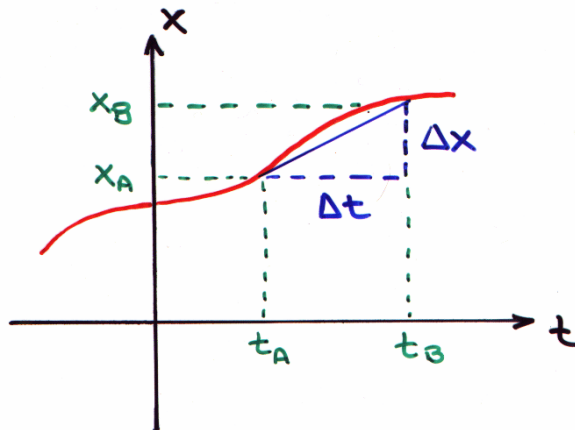
$$vt = x - x_0$$

$$x = x_0 + vt$$



## VELOCIDAD MEDIA

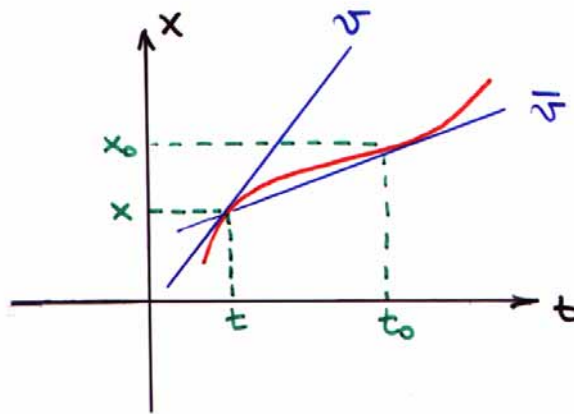
EN GENERAL, LA VELOCIDAD DE UNA PARTÍCULA CAMBIA CON EL TIEMPO



LA VELOCIDAD MEDIA ENTRE EL PUNTO A Y EL PUNTO B SE DEFINE POR

$$\bar{v} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

## VELOCIDAD INSTANTÁNEA



SE DEFINE LA VELOCIDAD INSTANTÁNEA  
EN EL PUNTO X POR

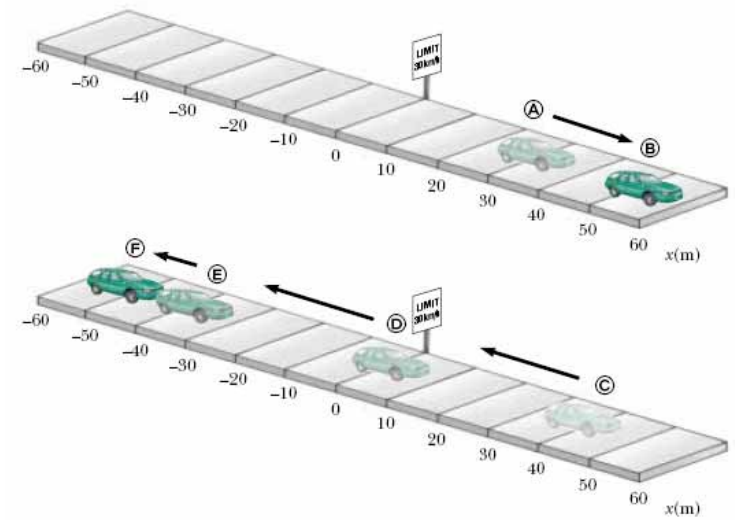
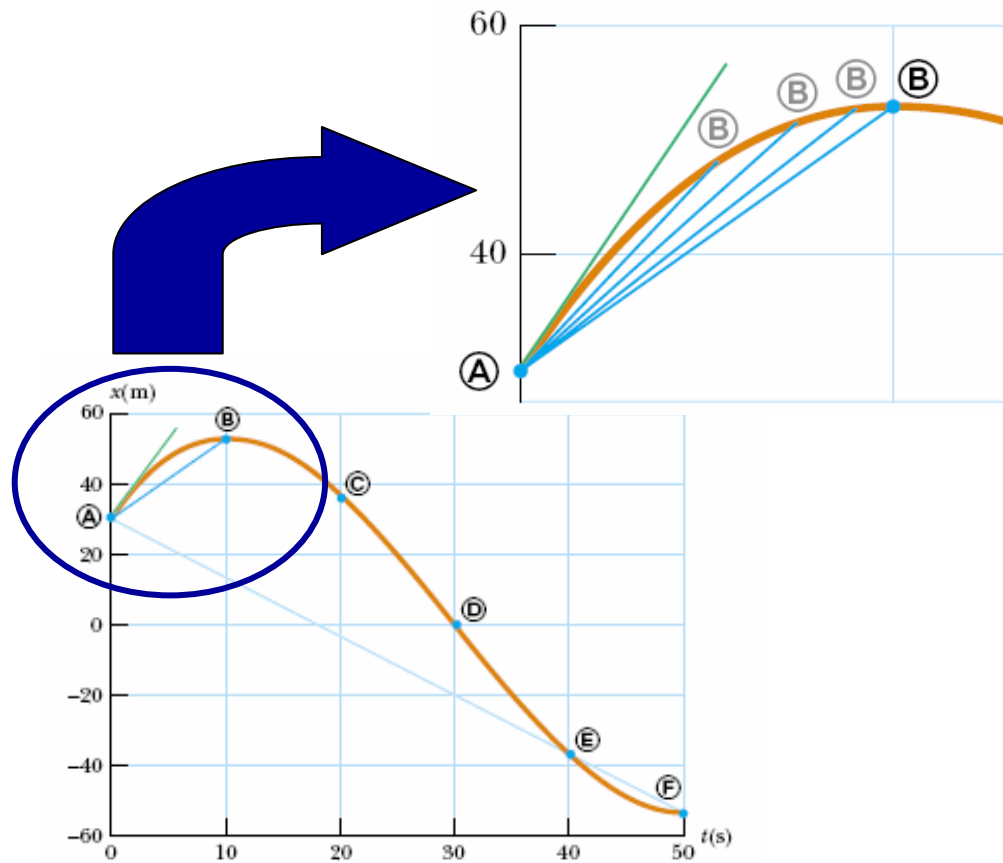
$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

↑  
DERIVADA DE LA  
POSICIÓN CON  
RESPECTO AL TIEMPO

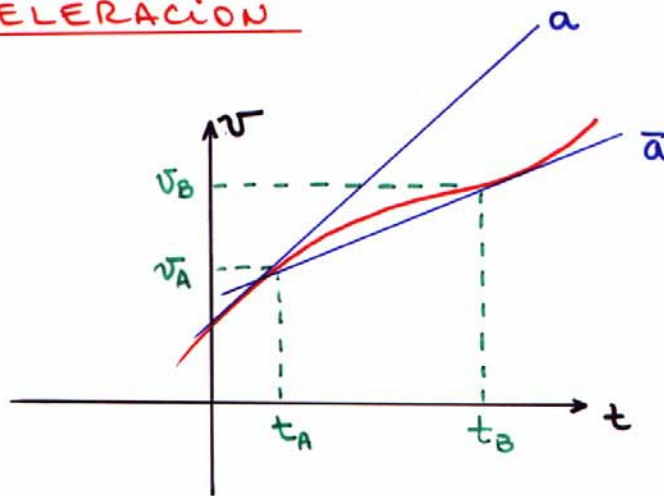
$v$  ES LA INCLINACIÓN DE LA TANGENTE  
A LA CURVA EN EL PUNTO X



## Ejemplo: Movimiento de un auto en 1D



## ACELERACIÓN



ACELERACIÓN MEDIA :

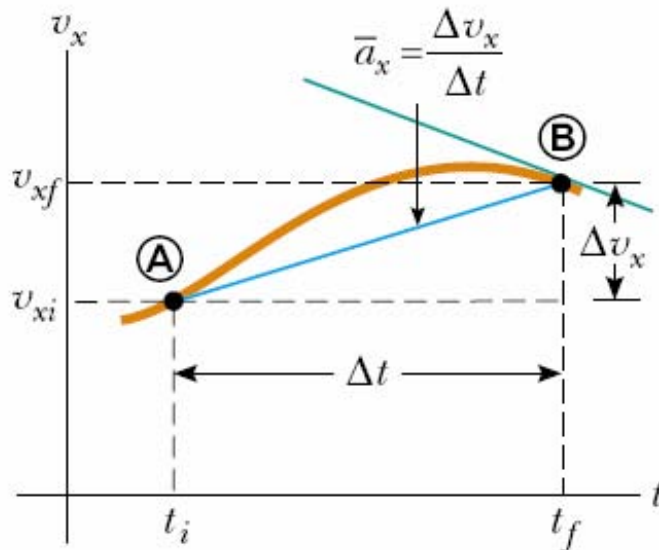
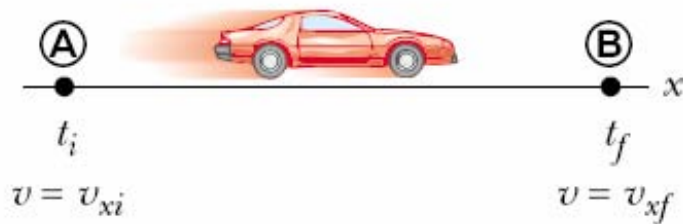
$$\bar{a} = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

ACELERACIÓN INSTANTÁNEA :

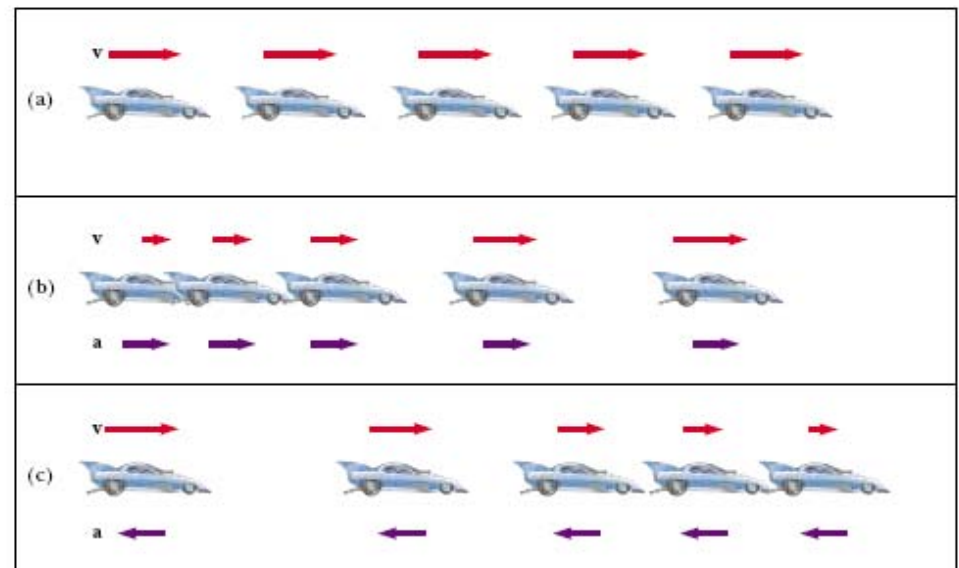
$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

$a$  ESTÁ DADA POR LA PENDIENTE DE  
LA TANGENTE A LA CURVA VELOCIDAD  
VERSUS TIEMPO

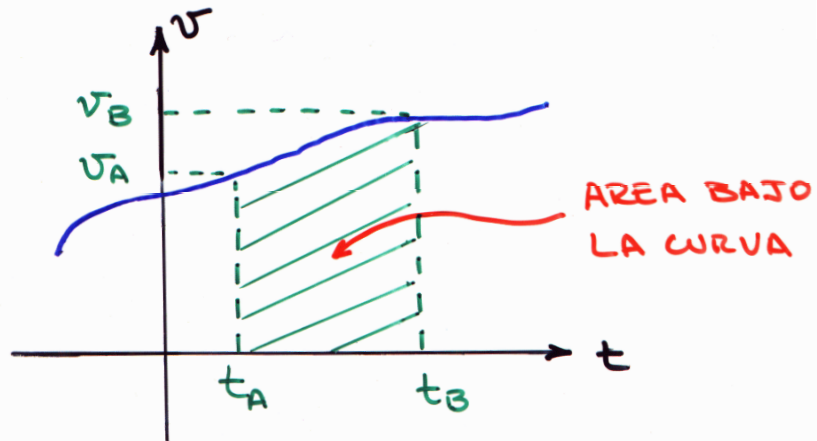
## Ejemplo: Movimiento de un auto en 1D



El aumento (disminución) de la velocidad no siempre está asociado a una aceleración positiva (negativa). En un movimiento en 1D lo que determina que el objeto acelere o frene es la dirección relativa entre la velocidad y la aceleración.



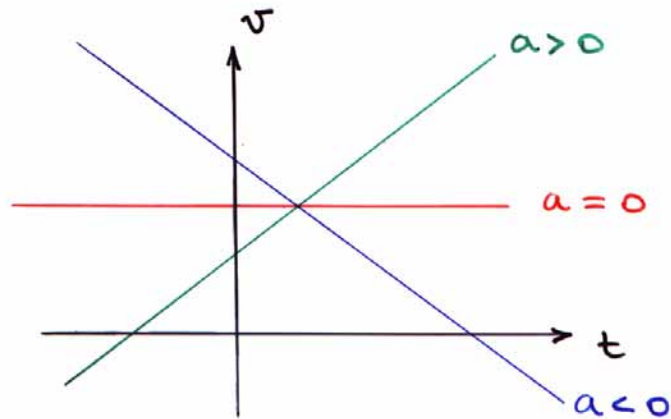
EN UN GRÁFICO VELOCIDAD VERSUS TIEMPO  
EL ÁREA ENCERRADA BAJO LA CURVA  
ES IGUAL A LA DISTANCIA RECORRIDA  
EN EL INTERVALO



$$\text{AREA} = d = \int_{t_A}^{t_B} v \cdot dt$$



## ACELERACIÓN CONSTANTE



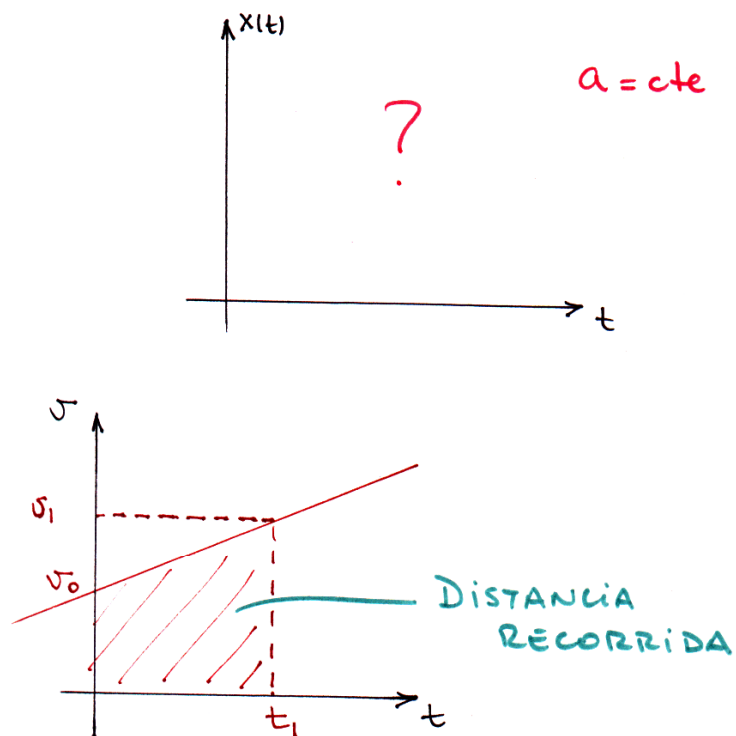
SI LA ACELERACIÓN ES CONSTANTE,  
DE LA DEFINICIÓN DE ACELERACIÓN MEDIA

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

(EN  $t = 0$ , LA VELOCIDAD DE LA PARTÍCULA  
ES  $v_0$ )

$\Rightarrow$

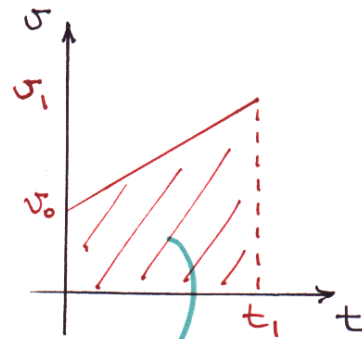
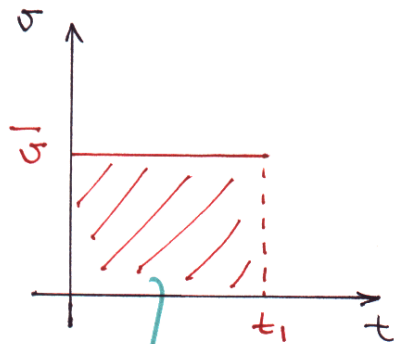
$$v = v_0 + at$$



DISTANCIA RECORRIDA POR EL  
MÓVIL CON  $v_0$   $< D$

DISTANCIA RECORRIDA POR EL  
MÓVIL CON  $v_1$   $> D$

$\Rightarrow$  EXISTE UNA VELOCIDAD  $v_0 < \bar{v} < v_1$   
TAL QUE LA DISTANCIA RECORRIDA  
ES  $D$



$$\bar{v} t_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} (v_1 - v_0) t_1$$

$$\bar{v} t_1 = \frac{1}{2} (v_1 + v_0) t_1$$

$$\therefore \bar{v} = \frac{1}{2} (v_1 + v_0) = \text{VELOCIDAD MEDIA}$$

ENTONCES

$$x - x_0 = \frac{1}{2} (v + v_0) t$$

PERO

$$v = v_0 + at$$

$\Rightarrow$

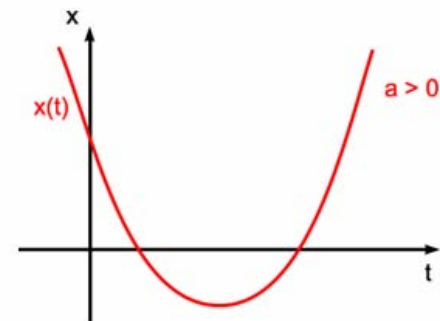
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

ECUACIONES DE MOVIMIENTO 1-DIM  
CON ACELERACIÓN CONSTANTE

PARÁBOLA

POLINOMIO 2º GRADO

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

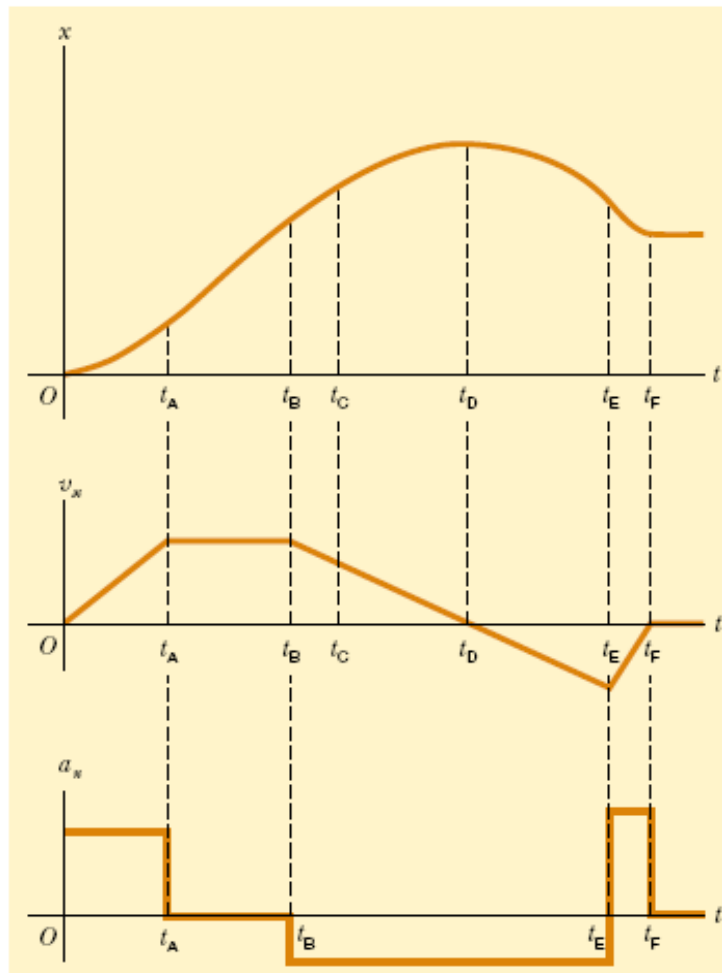


## Interpretación de gráficos

posición

velocidad

aceleración



ECS. MOVIMIENTO 1-DIM



$$X = X_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (1)$$

$$v = v_0 + a t \quad (2)$$

DE LAS ECS. PODEMOS DESPEJAR  
EL TIEMPO

$$(2) \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$$

(1) SE PUEDE REESCRIBIR COMO

$$X - X_0 = \frac{1}{2} (v_0 + v) t$$

ENTONCES

$$X - X_0 = \frac{1}{2} (v_0 + v) \left( \frac{v - v_0}{a} \right)$$

¡NO ES UNA  
EC. ADICIONAL!

$$2a(X - X_0) = v^2 - v_0^2$$

## EJERCICIO

Dos trenes con rapidez  $V$  se mueven en sentido contrario. En  $t=0$ , separados por una distancia  $D$ , una paloma con velocidad  $U > V$ , con respecto a la tierra, vuela de un tren a otro y vuelve al primero, así sucesivamente hasta que los trenes chocan.

→ Distancia recorrida por la paloma hasta el choque

RESP

1) CAMINO FÁCIL:

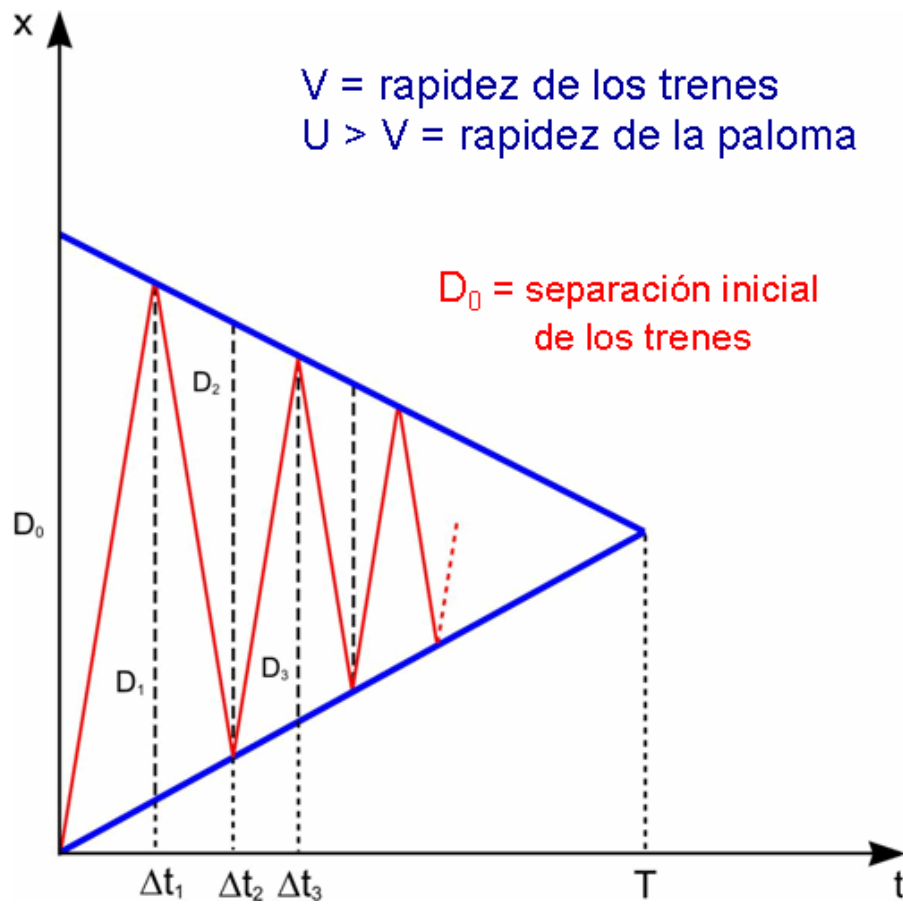
$$\begin{array}{l} \text{TIEMPO QUE TARDAN} \\ \text{LOS TRENES EN CHOCAR} \end{array} = \frac{D}{2V}$$

LA PALOMA ESTÁ EN VUELO TODO ESE  
TIEMPO

$\Rightarrow$

$$X = TU = \frac{DU}{2V}$$

2) SOLUCIÓN ALTERNATIVA: MÁS LARGA PERO  
MÁS ILUSTRATIVA



1er choque

$$\Delta x_1 = u \Delta t_1$$

$$\Delta t_1 = \frac{D_0}{u+v}$$

$$\Delta x_1 = D_0 \frac{u}{u+v}$$

$$u \Delta t_1 = D_0 - v \Delta t_1$$

distancia  
recorrida por  
la paloma

distancia  
recorrida por  
el tren

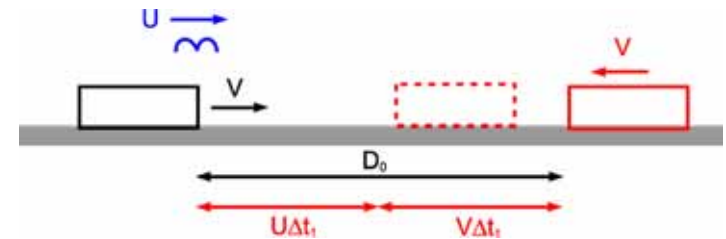
2do choque

$$\Delta x_2 = u \Delta t_2$$

$$\Delta t_2 = \frac{D_1}{u+v}$$

$$\Delta x_2 = D_1 \frac{u}{u+v}$$

3er choque .....



CAMINO RECORRIDO POR LA PALOMA

$$X = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_n + \dots$$

$$X = \frac{U}{U+V} [D_0 + D_1 + D_2 + \dots + D_n + \dots]$$

PERO  $D_1 = D_0 - 2V \Delta t_1$

$$D_1 = D_0 - \frac{2VD_0}{U+V}$$

$$D_1 = \left( \frac{U-V}{U+V} \right) D_0$$

ANÁLOGAMENTE

$$D_2 = \left( \frac{U-V}{U+V} \right) D_1$$

$\vdots$

$$D_n = \left( \frac{U-V}{U+V} \right) D_{n-1}$$

$$\Rightarrow D_n = \left( \frac{U-V}{U+V} \right)^n D_0$$

$$\text{Sea } r \equiv \frac{U-V}{U+V} < 1$$

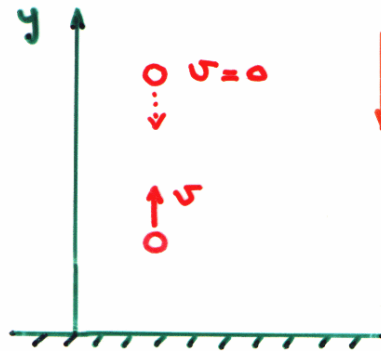
ENTONCES

$$X = \frac{U}{U+V} D_0 \left[ 1 + r + r^2 + \dots \right]$$
$$\frac{1}{1-r} = \frac{U+V}{2V}$$

$$\therefore X = \frac{U D_0}{2V}$$



## ACELERACIÓN DE GRAVEDAD



$$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

¿CUANTO TARDA EN VOLVER AL SUELO?

$$y = 0 = v_0 T - \frac{1}{2} g T^2$$

$$T (v_0 - \frac{1}{2} g T) = 0$$

2 SOLUCIONES :  $T = 0$

$$T = \frac{2v_0}{g}$$

TIEMPO QUE DEMORA EN ALCANZAR SU ALTURA MÁXIMA

$$v = v_0 - gt$$

$$v=0 \Rightarrow 0 = v_0 - gT_m$$

$$T_m = \frac{v_0}{g} = \frac{T}{2}$$

VALOR DE LA ALTURA MÁXIMA

$$y_m = v_0 T_m - \frac{1}{2} g T_m^2$$

$$y_m = \frac{v_0^2}{g} - \frac{1}{2} g \frac{v_0^2}{g^2} = \frac{v_0^2}{2g}$$

