

Hoy aprenderemos:

- > Series. Aproximaciones.
- > Coordenadas. Ecuación de la recta.
- > Análisis dimensional. Ordenes de magnitud.

SERIES

$$(1+x)^{\alpha} \equiv 1 + \frac{\alpha}{1!} x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} x^2 +$$

$$\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!} x^3 + \dots$$

Factorial :

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 1 \cdot 2 = 2$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

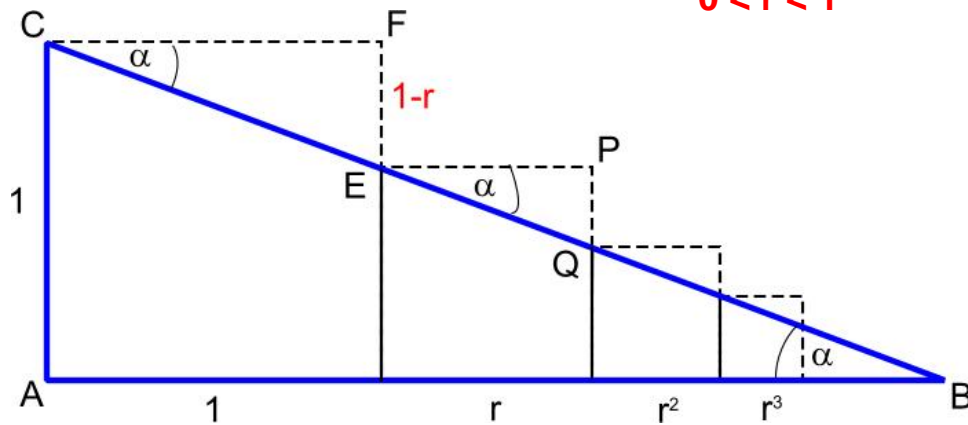
⋮

Demuestre que

$$\sum_{n=0}^{\infty} r^n = 1 + r + r^2 + r^3 + \dots = \frac{1}{1-r}$$

Dem:

$$0 < r < 1$$



$$\overline{EP} = r \quad \overline{CF} = 1 \quad \overline{EF} = 1 - r$$

$$\overline{PQ} = ?$$

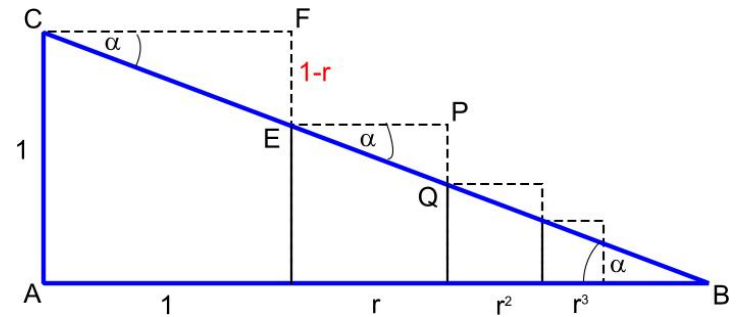
En el $\triangle CEF$:

$$\tan \alpha = \frac{\overline{EF}}{\overline{CF}} = \frac{1-r}{1} = 1-r$$

En el $\triangle EPQ$:

$$\tan \alpha = \frac{\overline{PQ}}{\overline{EP}} = \frac{\overline{PQ}}{r}$$

$$\Rightarrow \quad 1-r = \frac{\overline{PQ}}{r}$$
$$\overline{PQ} = r(1-r)$$



En el $\triangle ABC$:

$$\tan \alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{1}{\overline{AB}}$$

pero

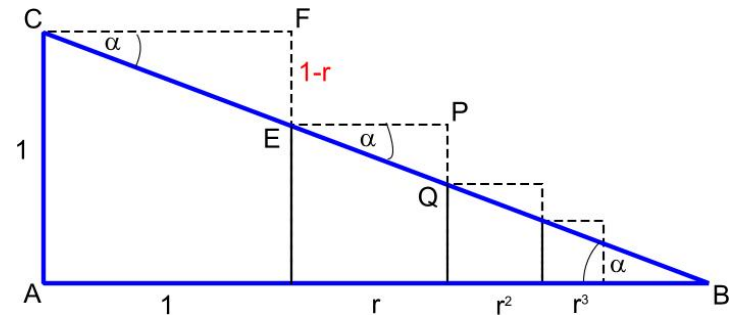
$$\tan \alpha = \frac{\overline{PQ}}{r} = 1 - r$$

$$\Rightarrow 1 - r = \frac{1}{\overline{AB}}$$

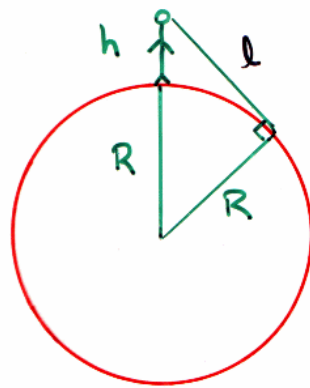
$$\overline{AB} = \frac{1}{1 - r}$$

$$1 + r + r^2 + r^3 + \dots = \frac{1}{1 - r}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} r^n = \frac{1}{1 - r}$$



ALCANCE VISUAL SOBRE EL HORIZONTE



$$R = 6400 \text{ km}$$

$$l^2 + R^2 = (R + h)^2$$

$$l^2 + \cancel{R^2} = \cancel{R^2} + 2Rh + h^2$$

$$l = \sqrt{2Rh + h^2}$$

$$l = \sqrt{2Rh} \left(1 + \frac{h}{2R}\right)^{1/2}$$

APROXIMACIÓN

$$\text{Si } x \ll 1 \quad (1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$$

EN NUESTRO CASO $h \approx 2 \text{ m}$

$$\Rightarrow \frac{h}{2R} = \frac{1}{6.4 \times 10^6} \approx 10^{-7} \ll 1$$

POR LO TANTO

$$l \approx \sqrt{2Rh} \left(1 + \frac{h}{4R} \right)$$

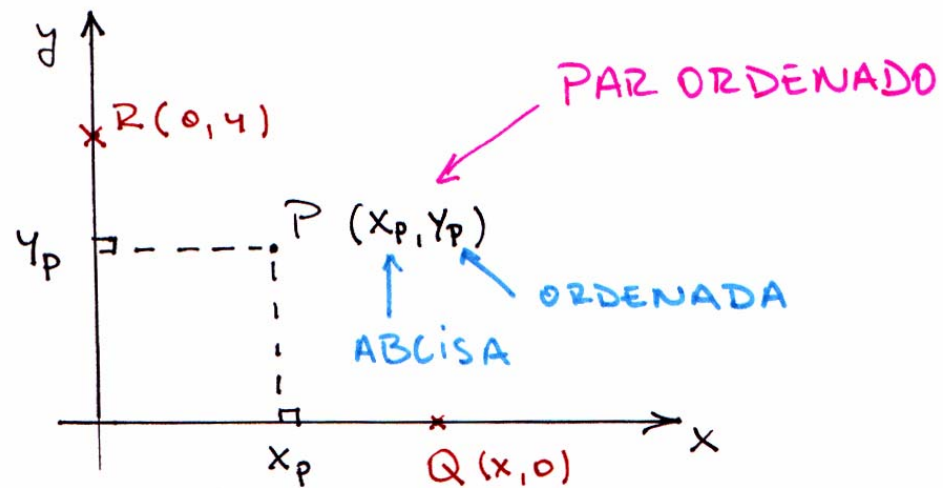
EVALUANDO

$$l \approx \sqrt{2 \times 6.4 \times 10^6 \times 2} \times 1 \text{ m}$$

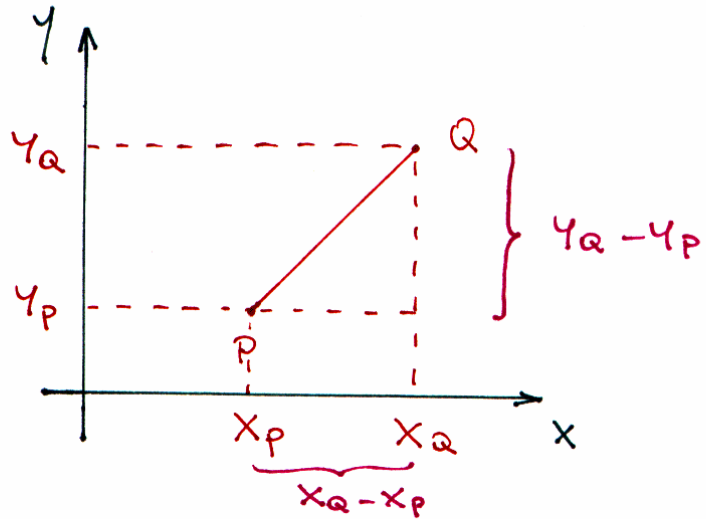
$$l \approx 2 \times 10^3 \sqrt{6.4} \text{ m}$$

$$l \approx 5 \text{ km}$$

COORDENADAS

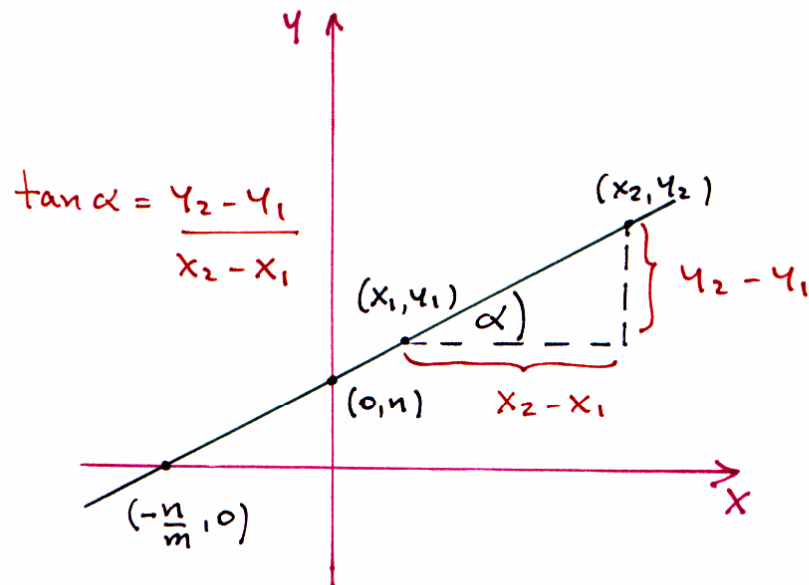


DISTANCIA ENTRE 2 PUNTOS



$$|PQ| = \sqrt{(x_q - x_p)^2 + (y_q - y_p)^2}$$

ECUACIÓN DE LA RECTA



$$y = mx + n$$

m : PENDIENTE ($m = \tan \alpha$)

n : VALOR DE LA COORDENADA
DONDE LA RECTA CORTA EL EJE Y

Análisis dimensional

- > ¿Por qué es importante?
- > La escala para medir una cantidad física es arbitraria, por lo tanto podemos cambiarla.
- > El análisis dimensional nos puede decir como cambia una cantidad al cambiar la escala de medición.
- > ¡La igualdad de dos cantidades físicas con diferentes unidades no tiene sentido!

Análisis dimensional

> Calcule el periodo de pequeñas oscilaciones de un péndulo de largo **1 m**

El periodo de un péndulo de largo **l** está dado por

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

donde **$g=10 \text{ m/s}^2$** es la aceleración de gravedad.

Entonces, el periodo es

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1 \cancel{\text{m}}}{10 \cancel{\text{m}} \text{ s}^{-2}}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{10} \text{ s}^2} = \frac{2\pi}{\sqrt{10}} \text{ s} \approx 2 \text{ s}$$

Ordenes de magnitud

TIEMPO

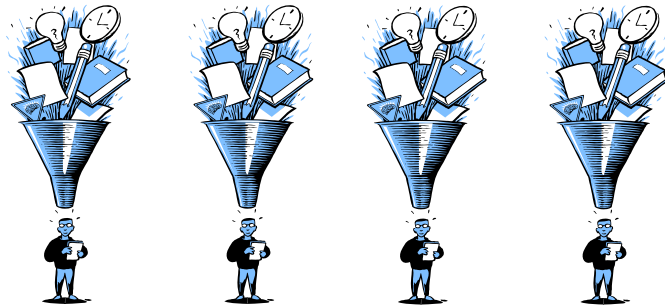
DÍA	8.64×10^4 S
AÑO	3.1536×10^7 S
PERIODO ROTACIÓN DE LA TIERRA	1 DÍA
PERIODO ROTACIÓN DEL SOL	25 DÍAS
EDAD DE LA TIERRA	5×10^9 AÑOS
EDAD DEL UNIVERSO	$10-15 \times 10^9$ AÑOS

LONGITUD

AÑO-LUZ	$9.4605 \times 10^{15} \text{ m}$
PARSEC	$3.0857 \times 10^{16} \text{ m}$
α -CENTAURI (ESTRELLA MAS CERCANA)	1.3 pc
DIÁMETRO VIA LACTEA	$3 \times 10^4 \text{ pc}$
DISTANCIA TIERRA-SOL	$1.4960 \times 10^{11} \text{ m}$
RADIO DEL NÚCLEO ATÓMICO	10^{-15} m

MASA

SOL	$2 \times 10^{30} \text{ Kg}$
TIERRA	$6 \times 10^{24} \text{ Kg}$
LUNA	$7 \times 10^{22} \text{ Kg}$
NUESTRA GALAXIA	$2 \times 10^{43} \text{ Kg}$
PARTÍCULA DE POLVO	$7 \times 10^{-10} \text{ Kg}$
ELECTRÓN	$9 \times 10^{-31} \text{ Kg}$



¿Qué aprendimos hoy?

- > Series. Aproximaciones.
- > Coordenadas. Ecuación de la recta.
- > Análisis dimensional. Ordenes de magnitud.