

Hoy aprenderemos:

- > Trigonometría.
 - Radianes.
 - Funciones trigonométricas.
- > Teoremas del seno y del coseno.
- > Teorema de Tales.

TRIGONOMETRÍA

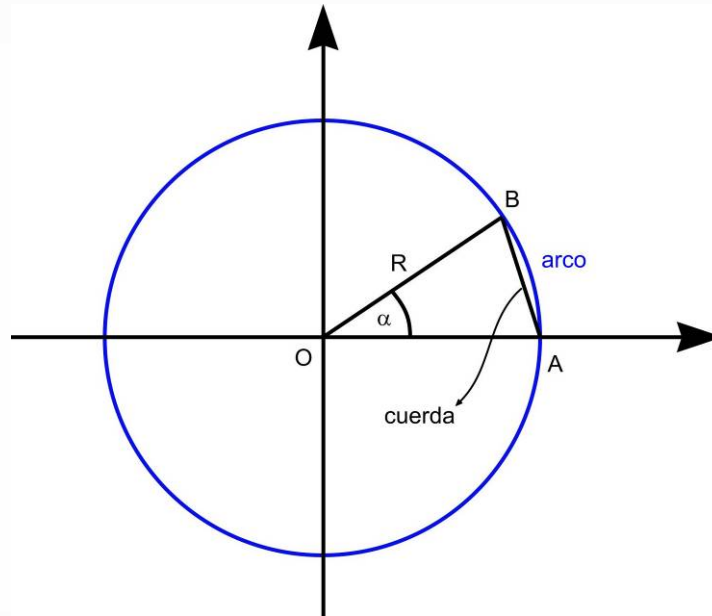
UNIDADES :

- GRADOS ($^{\circ}$), MINUTOS ($'$)
- RADIANTES

EQUIVALENCIA :

GRADOS	RADIANTES	
360°	2π	GIRO COMPLETO
180°	π	$\frac{1}{2}$ GIRO
90°	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{1}{4}$ GIRO
1°	$\frac{\pi}{180}$	$\frac{1}{360}$ GIRO

RADIANTES



$$\frac{\text{longitud}}{\text{radio}} = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi$$

↑
independiente del
radio de la circunf.

DEFINICIÓN

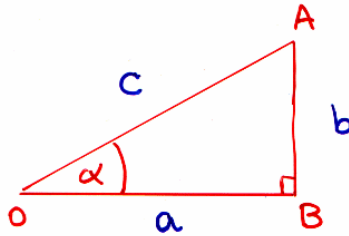
La magnitud de un ángulo en RADIANTES es igual a la razón entre la longitud del arco de circunferencia que subtiende y el valor del radio de dicha circunferencia

Ej. $\theta = 360^\circ \Rightarrow \theta = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi \text{ rad}$

$$1 \text{ rad} = 57,3^\circ$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{LONGITUD} \\ \text{ARCO} \end{array} = \alpha R}$$

Funciones seno, coseno y tangente



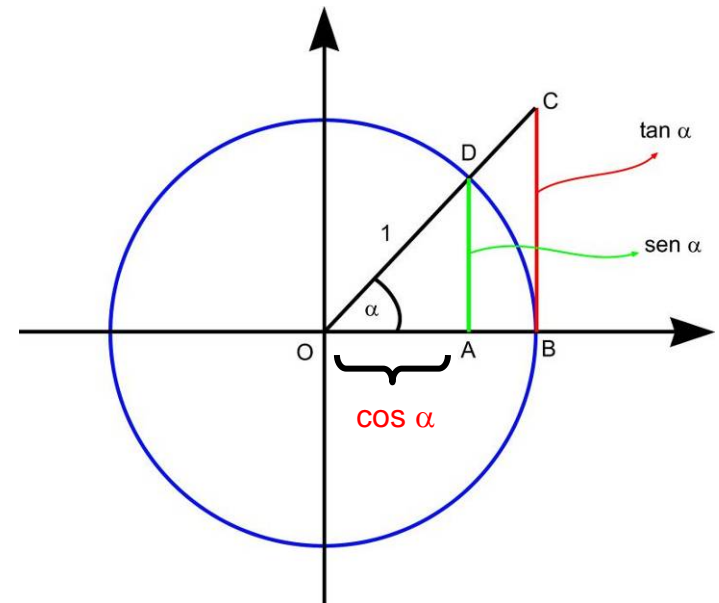
$$\text{sen } \alpha \equiv \frac{|AB|}{|OA|} = \frac{b}{c}$$

$$\text{cos } \alpha \equiv \frac{|OB|}{|OA|} = \frac{a}{c} \qquad \tan \alpha \equiv \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} = \frac{b}{a}$$

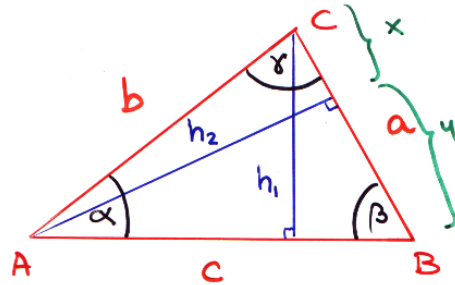
PROPIEDADES

- $\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$
- $\text{sen}(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \text{cos } \alpha$
- $\text{cos}(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \text{sen } \alpha$

Otra manera...



Teoremas del seno y del coseno



$$h_1 = b \sin \alpha$$

$$h_1 = a \sin \beta$$

$$\Rightarrow b \sin \alpha = a \sin \beta$$

$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{a}{\sin \alpha}$$

POR OTRO LADO

$$h_2 = c \sin \beta$$

$$h_2 = b \sin \gamma$$

$$\Rightarrow \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Teorema del seno

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

TEOREMA DEL COSENO

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

USANDO TEOREMA DE PITÁGORAS

$$h_2^2 + x^2 = b^2 \Rightarrow h_2^2 = b^2 - x^2$$

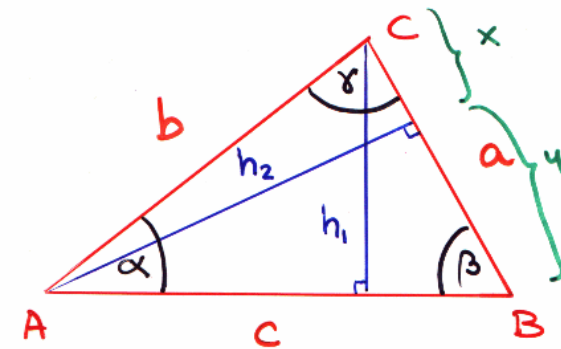
$$h_2^2 + y^2 = c^2 \Rightarrow h_2^2 = c^2 - y^2$$

$$\text{PERO } x + y = a \Rightarrow y = a - x$$

ENTONCES

$$b^2 - x^2 = c^2 - (a - x)^2$$

$$b^2 - \cancel{x^2} = c^2 - a^2 + 2ax - \cancel{x^2}$$



$$b^2 = c^2 - a^2 + 2ax$$

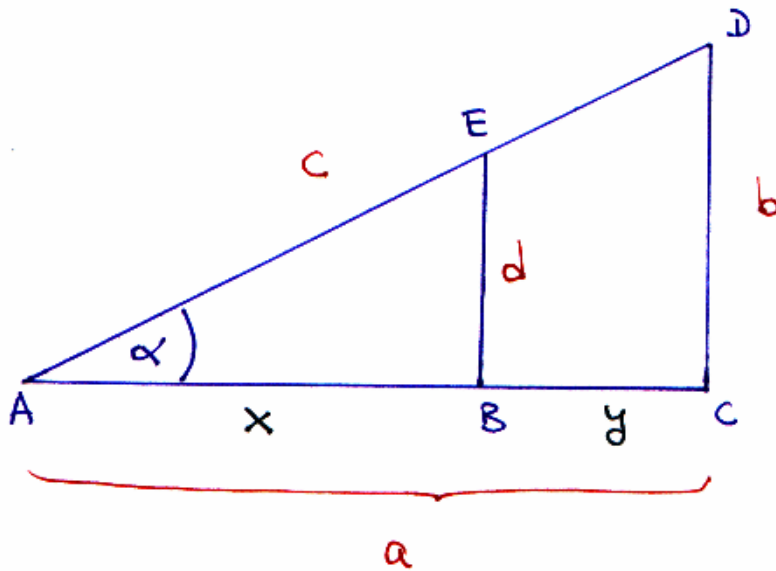
PERO $x = b \cos \gamma$

$$\therefore c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

ANALOGAMENTE

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$



Teorema de Tales de Mileto

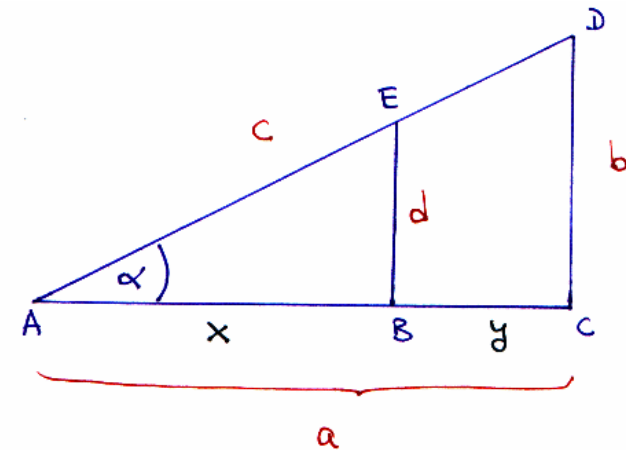
$$\frac{\overline{BE}}{\overline{CD}} = \frac{d}{b} = \frac{x}{a} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

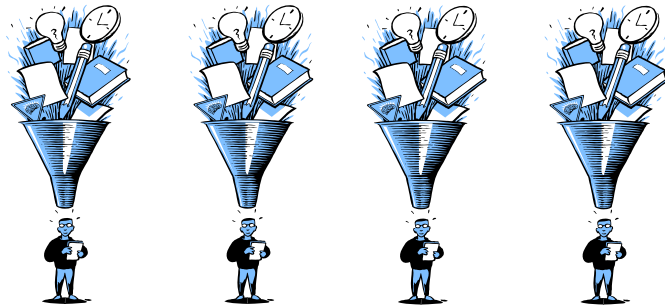
Dem:

$$\tan \alpha \equiv \frac{\overline{BE}}{\overline{AB}} = \frac{d}{x}$$

$$\tan \alpha = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} = \frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{x} = \frac{b}{a} \Rightarrow \boxed{\frac{d}{b} = \frac{x}{a}}$$





¿Qué aprendimos hoy?

- > Trigonometría.
 - Radianes.
 - Funciones trigonométricas.
- > Teoremas del seno y del coseno.
- > Teorema de Tales.

.